

**UNIVERSIDADE SÃO JUDAS TADEU
FACULDADE DE FILOSOFIA**

**PLATONISMO, CAUSALIDADE E
INDISPENSABILIDADE
NA
FILOSOFIA DA MATEMÁTICA**

São Paulo
2005

RITA DE CÁSSIA CEZARIO

PLATONISMO, CAUSALIDADE E
INDISPENSABILIDADE
NA
FILOSOFIA DA MATEMÁTICA

Dissertação de conclusão de curso
como exigência para a
Pós-Graduação Stricto Sensu
no curso de Filosofia.

Orientador: Prof. Doutor André T. Fuhrmann

São Paulo
2005

Cezario, Rita de Cássia

Platonismo, causalidade e indispensabilidade na filosofia da matemática./ Rita de Cássia Cezario. - São Paulo, 2005.

Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Universidade São Judas Tadeu, São Paulo, 2005.

Orientador: Prof. Dr. André T. Fuhrmann

1. Platonismo. 2. Formalismo. 3. Naturalismo. 4. Holismo. 5. Analiticidade I.
Título

CDD- 100

ÍNDICE

INTRODUÇÃO	IV
1.. Realismo	01
2. Realismo na matemática.....	08
2.1 Escolas anti-realistas	09
2.2 Logicismo	10
2.3 Formalismo	13
2.4 Intuicionismo	17
2.5 Visões pró-realistas	22
2.6 Platonismo de Gödel	31
3. A definição clássica de conhecimento	34
3.1 A necessidade de uma condição causal ao conhecimento	36
3.2 O argumento de Benacerraf	40
3.3 Uma possível resposta à Benacerraf: O argumento da indispensabilidade	43
3.4 A crítica de Field ao argumento da indispensabilidade	44
3.5 Uma resposta à Benacerraf: O nominalismo de Field	52
3.6 A aplicabilidade da condição causal	55
4. O naturalismo de Quine - O argumento da indispensabilidade na filosofia da Matemática	64
4.1 Realismo	64
4.2 Realismo na matemática	66
4.3 Naturalismo	67
4.4 Holismo	70

4.5 Argumento da indispensabilidade.....	71
4.6 Quine e a linguagem.....	74
4.7 Analiticidade e justificação	78
4.8 Conhecimento e prova	81
4.9 Objeções	86
4.10 - Visões posteriores ao naturalismo de Quine	87
5. O realismo de Penelope Maddy	97
5.1 - Contribuição de Gödel ao trabalho de Maddy	106
5.2 - Percepção	109
5.3 - Intuição	116
6. O naturalismo de Maddy	126
6.1 - Introdução	126
6.2 - Realismo teórico	127
6.3 - Naturalismo e o argumento da indispensabilidade	130
6.4 - Naturalismo matemático	139
7. Conclusão	148
8. Referências bibliográficas	161

À minha família que com
seu apoio e paciência
Auxiliou-me na realização
Desta dissertação.

Rita de Cássia Cezario - Platonismo, Causalidade e Indispensabilidade na Filosofia da Matemática - 2005

Orientador: Prof^o Doutor André T. Fuhrmann

RESUMO

Os realistas consideram os objetos matemáticos independentes da mente do sujeito cognoscente, casualmente inertes e como existindo fora do tempo e espaço. O modo como eles se relacionam uns com os outros não dependem da maneira como os pensamos. O fato dos objetos matemáticos não estabelecerem uma relação causal com o sujeito cria a questão de se explicar como podemos saber algo acerca deles. De acordo com a teoria causal do conhecimento nós somente podemos ter conhecimento a partir do momento que interagimos com o objeto do conhecimento. Nós sabemos do mundo por meio de nossos sentidos. Mas, o que podemos dizer de objetos que não são atingidos pelos nossos sentidos? Esta problemática, de um certo modo, foi posta pelo argumento de Benacerraf. Segundo este argumento, se os objetos matemáticos são abstratos, então nós não temos conhecimento matemático. A versão mais comum define conhecimento como sendo "uma crença verdadeira e justificada". Para termos conhecimento de um objeto qualquer precisamos, primeiramente, formar uma crença sobre ele. E esta deve ser verdadeira e possuir algo que a justifique. Ao longo do dia podemos ter a percepção de vários objetos sem que tenhamos formado alguma crença sobre eles. Nós não tomamos conhecimento deles. A aquisição de conhecimento requer uma relação adequada entre sujeito e objeto. No caso de objetos matemáticos não há como estabelecer uma relação causal entre eles e o sujeito. Não existe, portanto a percepção da maneira como é definida pelos estudiosos. Neste cenário, a afirmação de que temos conhecimento de objetos matemáticos fica devendo uma resposta. Nós temos que explicar o modo como formamos crenças verdadeiras e justificadas destes objetos. Para alguns, existiria um tipo de "percepção" que se encarregaria de estabelecer a relação entre sujeito e objeto de modo a possibilitar a formação de crenças acerca dos objetos matemáticos, sendo que as afirmações, neste caso, poderiam ser verdadeiras ou falsas. Para outros, números, funções são símbolos sem significação própria que obedeceriam a regras pré-determinadas não sendo, portanto nem verdadeiras nem falsas. Outras explicações estabelecem os objetos matemáticos como sendo "personagens" de uma história bem contada. Eles seriam tão verdadeiros para a "história" Matemática. Outra possibilidade seria considerá-los como criações da mente do sujeito. As relações que estabeleceriam uns com os outros ficaria dependente do modo como estas relações foram pensadas. Assim, pode não ser possível determinar a verdade ou falsidade de algumas expressões matemáticas. De qualquer modo, o argumento de Benacerraf continua esperando por uma resposta. Tendo em vista estes aspectos e a visão realista de que os objetos matemáticos são uma realidade passível de ser, em alguma medida, descoberta pelos matemáticos, esta dissertação procura expor as diferentes posições realistas; o modo como o realismo é afetado pela teoria causal do conhecimento, bem como as objeções e tentativas em se encontrar uma resposta a o argumento de P. Benacerraf que são feitas pelo naturalismo de W. V. Quine e pelo realismo e, posteriormente, pelo naturalismo matemático de P. Maddy.

Rita de Cássia Cezario - Platonismo, Causalidade e Indispensabilidade na Filosofia da Matemática - 2005.

Orientador: Prof^o Doutor André T. Fuhrmann

SUMMARY

Realistic people consider them to be independent of the subject's mind, or yet, they are nobody's invention. Besides, they're casually inert and would exist out of time and space. The way that they interact with each other doesn't depend upon the way we think them. The fact that mathematic objects don't establish a cause theory of knowledge we can only have knowledge from the moment we interact with the object of knowledge. We know the world through our senses. But, what can we tell about objects that are not target through our senses? This problem was, in a certain way, expose by Benacerraf's argument. According to this argument, if the mathematic objects are abstracts, then we don't have something that can be known as mathematical knowledge. The most accepted conception define knowledge as being "a truly and justified belief". For us to have knowledge of any object, we need at first, to have a belief about them. This belief must be true and have something to justify it. We may have the perception of several objects along the day without having a belief about them. We don't take notice of them. The acquisition of knowledge requires an adequate interaction between subject and object. Regarding mathematic objects there's no way to establish a cause relation among them and the subject. Therefore there isn't perception on the way how it is defined by scholars. Within this view, the affirmation that we have knowledge of mathematic objects lacks of an answer. We have to explain the way we form true and justified beliefs about these objects. For some people, it would exist a kind of "perception" that would establish the relation between subject and object in a way to permit the formation of beliefs about the mathematic objects, and in this case the affirmations could be real or false. On the other hand, for some people, numbers, functions, are symbols without any significance that would obey the pre-determined rules, therefore not being real nor false. Other explanations establish the objects of mathematics as "characters" of a best seller novel. They would be as real to the "history" of Mathematics. Another possibility would be considering them dependent of the way these relations were thought. Anyway Benacerraf's argument continues to go on without an answer. Considering these aspects and the realistic vision that the mathematic objects are a possible reality, somehow discovered by the mathematicians, this essay tries to expose the different realistic points of view; the way how the realism is affected by the theoretical cause of knowledgement, as well as the objections and attempts to find an answer to the argument of P. Benacerraf that are made by the naturalism of W. V. Quine and by the realism and, afterwards by the mathematical naturalism of P. Maddy. The essay in general tries to introduce the reader to some aspects of the realism and also tries to show how the philosophical heritage of Plato, when used in mathematic, raise questions that end up exposing its contradictions.

INTRODUÇÃO

Muitas questões são levantadas sobre a Matemática: a natureza dos objetos matemáticos; se existe a possibilidade do acesso de mentes finitas a um campo encarado como sendo infinito; se as proposições Matemáticas são verdadeiras e de como podemos afirmar tal veracidade; como podemos afirmar a posse de um conhecimento matemático que nos permite dizer algo a respeito do mundo físico. Ao longo dos períodos históricos, a Matemática tem sido um desafio a quem quer que deseje explicar como o estudo de objetos¹ que não possuem nenhum corpo material podem ser tão úteis a uma gama enorme de aplicações tanto em áreas científicas quanto no cotidiano.

A Matemática, desde a antiguidade, é vista como “um modelo de conhecimento” (Tiles, 2003, 325) ou objeto de “reflexão filosófica” (ibid.). A doutrina platônica de como a mente humana adquire o conhecimento exerceu uma influência considerável na filosofia e, em especial, na filosofia da Matemática. Tal influência é sentida,

¹ Nesta dissertação, eu utilizarei o termo “objeto” quando me referir aos elementos que compõe a Matemática (números, conjuntos, linha, ponto, ...), pois não irei tratar da essência que compõe os números ou conjuntos, mas de algo sobre os quais se incidem regras e normas, e que estabelecem algum tipo relação com o sujeito do conhecimento.

em parte, no modo como matemáticos e filósofos encararam seus objetos de estudos. No entanto, a influência exercida pela visão platônica sobre a ciência Matemática não ocorre de maneira estrita. Nós não podemos transportar a visão que Platão tinha de Matemática até a atualidade. Entretanto, em grande medida, esta influência determinou uma maneira específica de se tratar e de se relacionar com as atividades que envolvessem a Matemática.

Platão desenvolveu uma visão da Matemática em que objetos como conjuntos, números, pontos, linhas, etc, existem independentemente do sujeito cognoscente. Tais objetos eram descobertos e não construídos ou mesmo inventados pela mente. Elas possuem uma existência que os colocam fora do tempo e do espaço da experiência sensível ou mental, sendo considerados como objetos abstratos. Para os realistas platônicos, a Matemática descreveria o princípio subjacente à realidade do mundo sendo considerada uma verdade absoluta, pois “(...) o cosmo é um todo ordenado. A Matemática expressa os princípios dessa ordem e fornece compreensão dela”.(Tiles, 2003, p. 331). Nesta visão, a natureza foi construída segundo regras matemáticas. Para Platão, a mente possuiria todo o conhecimento sobre o mundo, cabendo ao homem encontrar a maneira mais adequada de fazê-lo aflorar. No livro VI da República, o estudo da Matemática é considerado como sendo o modo perfeito de se disciplinar e preparar a mente, na busca pelas verdades eternas.

Platão e os matemáticos da sua época possuíam uma forte crença nas verdades das afirmações matemáticas, mesmo quando estas não tinham qualquer relação

com fatos empíricos. Por exemplo, eles acreditavam em fatos quanto aos números irracionais mesmo não sendo possível mensurá-los com os instrumentos da época. Para eles, a experiência poderia dizer apenas como as coisas se parecem e não como realmente são. A visão platônica da Matemática põe basicamente três questões. A primeira é determinar como objetos abstratos podem se relacionar com o mundo dos objetos sensíveis. Este é o problema da aplicação. A segunda é estabelecer o modo como a mente humana descobre os objetos matemáticos. Esta é a questão epistemológica. A terceira seria determinar a necessidade de postular um mundo abstrato. Esta é a questão ontológica. Não pretendo tratar no presente trabalho a questão da aplicação da Matemática, pois requer um maior aprofundamento do modo operante da Matemática. Irei me limitar as segunda e terceira questões, por estarem mais em acordo com meus interesses atuais e por dependerem mais de um embasamento nitidamente filosófico.

A maneira como Platão tentou responder estas questões no *Mênon*, na *República* e no *Filebo*, apesar de todas as transformações ocorridas tanto no modo de se encarar a Matemática quanto na filosofia, ainda são vistas como padrões às respostas contemporâneas a estas mesmas questões. Quanto à primeira questão, a da aplicação, Platão acreditava que todas as coisas sensíveis por serem cópias das Formas participariam da mesma realidade. As Formas seriam os modelos, eternos e únicos, de todas as coisas. Quanto à segunda, a epistemológica, a mente humana seria formada pelo mesmo substrato que o da mente universal e que, deste modo, poderia atingir o conhecimento das coisas eternas e imutáveis, como os objetos matemáticos, pelas lembranças do que foi visto nesta realidade superior. Quanto à terceira questão, a

ontológica, a existência de um mundo abstrato seria devido a necessidade de se estabelecer algo que servisse de referência fixa às mudanças sofridas pelas coisas sensíveis. As formas do mundo abstrato seriam uma espécie de padrão para que as mudanças sofridas pelo mundo sensível se efetivassem. De tal modo que uma semente não poderia se transformar em uma poça d'água ao invés de uma árvore. Apesar de suas tentativas, não é fácil perceber como Platão explica no corpo de sua teoria ontológica e epistemológica, de modo satisfatório, o que vem a ser tanto a "participação" das coisas sensíveis nas abstratas e como se aplica a uma "descoberta" Matemática quanto o modo como é realizada a rememoração desta realidade em que se busca participar.

Apesar de todas as transformações sofridas pela visão Matemática de cunho platônico ao longo do tempo, de um modo geral, as várias vertentes modernas em filosofia da Matemática recusam um ou outro postulado aceito pelo platonismo matemático clássico. Isto se deve, basicamente, à tensão criada pelo platonismo clássico entre ontologia e epistemologia. O modo como as questões ontológicas e epistemológicas foram relacionadas pelo platonismo criou a dificuldade de ao se supor como fato uma delas se inviabiliza a outra. Assim, ao se supor o caráter abstrato dos objetos matemáticos, se cria a dificuldade de explicar como a mente pode obter algum conhecimento sobre estes objetos abstratos. Já, ao se supor a existência de conhecimento acerca de objetos matemáticos, nega-se o caráter abstrato e permanece a dificuldade de se esclarecer a natureza dos objetos matemáticos.

Apesar das várias críticas, o platonismo, ocupa o espaço central na filosofia da Matemática, bem como na maneira como os matemáticos expõem suas teorias. Os matemáticos têm a tendência de pressupor a existência de qualquer objeto matemático que necessitem para solucionar um teorema. Quando se afirma, por exemplo, na geometria euclidiana, que entre dois pontos existe uma linha reta, está se admitindo, em princípio, a existência de linhas retas. Assim, o realista afirma que numa igualdade como $2 + 2 = 4$ existem independentemente da mente, algo a qual 2, 4 se referem, uma operação de “soma” (+) e a relação “igual a” (=).

Para o realista platônico, não existem os problemas ontológicos e epistemológicos. Para eles, o mundo é ordenado de uma maneira imutáveis e eternas, tendo por base princípios matemáticos. A utilidade da Matemática se deve, em parte, ao modo como o mundo foi construído. O homem traria em si, de modo inato, a capacidade de “(...) apreender os princípios matemáticos e reconhecê-los como verdadeiro acima de qualquer dúvida. (Tiles, 2003, p. 332). Deste modo, o conhecimento matemático é resultado de uma intuição, que permitiria a “visão” de maneira clara e irrestrita de tais princípios. A mente humana obtém por meio da intuição o conhecimento verdadeiro dos princípios matemáticos. Devido a isto, os realistas não se importam em encontrar justificativas para o conhecimento matemático. Os sentidos “(...) só nos revelam o mundo fenomênico cambiante da experiência sensível” (Tiles, 2003, p. 331). A verdade dos princípios matemáticos pode ser apreendida imediatamente por quem está preparado para os compreender.

Contudo, o mundo não é mais encarado como ordenado nem que a mente ou a alma humana são uma parte do Universo de modo que “(...) O microcosmo e o macrocosmo espelham assim um ao outro, de tal modo que as harmonias de um serão reconhecidas pelo outro (...)” (Tiles, 2003, p. 332). Mundo e mente não são mais considerados como partes integrantes um do outro. O realista deve explicar como podemos obter conhecimento, de um mundo que não é mais imutável, por meio de métodos matemáticos. Os realistas modernos devem responder como podemos afirmar que possuímos conhecimento de objetos matemáticos não-concretos.

A discussão sobre o conhecimento baseia-se, inicialmente, em ser uma crença. O sujeito deve ter uma crença acerca do objeto ou de uma proposição acerca do mesmo. Preciso crer que o que vejo em minha escrivaninha é uma caneta. Contudo, esta não é uma crença fortuita, não é um mero palpite. Toda crença, para ser considerada como conhecimento, deve ser verdadeira e capaz de ser justificada. Não há como alegar que sabemos algo se não somos capazes de dar as razões que nos levam acreditar nisso. A crença deve ser verdadeira e as razões devem obedecer a alguns critérios. Eu sei que o objeto à minha frente é uma caneta, por exemplo, pelo seu tamanho, aspecto, cor, formato e pelo traçado que deixa no papel. Esta definição parece, à primeira vista, suficiente e adequada. A partir dessa definição de conhecimento, são várias as correntes filosóficas que buscaram uma resposta para a questão se existe conhecimento a partir da Matemática. Esta é uma resposta difícil de ser dada. Ela parte do princípio de que sabemos o que seja ter conhecimento acerca de algo. Basicamente, podemos considerar duas correntes filosóficas. Ou se admite que possuímos conhecimento a partir da

Matemática, pois este existe independentemente do sujeito ou se aceita que o conhecimento advindo da Matemática é construído pelo homem e que é fruto da história e capacidade humana. Filosoficamente, eles dividem-se em platônicos (ou realistas) ou antiplatônicos (ou anti-realistas). Não é o caso de discutir qual das posições está ou não com a razão. No interior desta discussão está a doutrina platônica que mantém uma forte influência na filosofia da Matemática, tanto na nossa concepção da natureza dos objetos físicos como no modo de entendermos o conhecimento desses objetos. Sem esquecer a influência expressiva que exerce, principalmente na maneira como os matemáticos realizam e pensam seus trabalhos. E será esta doutrina que pretendemos estudar nesta dissertação e os problemas que ela propõe para a filosofia da Matemática.

Na visão platônica clássica, os objetos matemáticos existem e são independentes do sujeito. Neste sentido, tais objetos são considerados objetos abstratos, ao estarem sujeitos à ação causal. O fato de os objetos matemáticos não estabelecerem relações causais é um dos fatores que pesam contra o platonismo. Para os filósofos da Matemática, o platonismo clássico pecou ao admitir um conhecimento quase místico, no qual nossa capacidade de conhecer está ligada à capacidade de nossa alma lembrar-se do que presenciou em um mundo anterior à vida. Assim, para o platonismo clássico, o corpo físico pode ter conhecimento somente de objetos físicos, cabendo à alma o conhecimento dos objetos e princípios que não estão no tempo nem no espaço.

Nos últimos anos, o artigo *Mathematical Truth* de Paul Benacerraf apresentou a seguinte tese: os objetos matemáticos do modo como foram concebidos pelo

platonismo não podem estabelecer uma relação causal com o mundo físico. A introdução por parte de Paul Gettier, no artigo *Is Justified True Belief Knowledge?* da necessidade de uma relação causal entre o objeto do conhecimento e o sujeito cognoscente, impuseram ao realismo matemático a necessidade de explicar como podemos ter conhecimento matemático se os objetos deste conhecimento não possuem nenhum tipo de conexão causal com o sujeito. Por exemplo, a caneta em minha escrivadinha age sobre minha retina e esta sobre meus nervos ópticos de modo que se estabeleça uma relação com meu sistema nervoso, permitindo com que eu a reconheça como um objeto que serve, basicamente, para escrever. Com os objetos abstratos esta relação não ocorre. Não há como o objeto abstrato interagir com meus sentidos de modo a causar uma impressão sensível capaz de gerar um tipo de reconhecimento. Não há como sujeito e objeto interagirem um no outro. Deste modo, a conclusão a que se chega é que o conhecimento não é possível, se supusermos que os objetos matemáticos são abstratos.

O desafio é, portanto, explicar como conhecemos e que tipo de objetos são, afinal de contas, os objetos matemáticos. De fato, o esclarecimento acerca da natureza dos objetos matemáticos poderia nos ajudar a entender o modo como temos conhecimento matemático. Esta maneira de atacar o problema cria uma dificuldade. Se excluirmos a possibilidade de os objetos matemáticos serem abstratos, estaremos afirmando que eles são concretos (o que, notadamente, não o são) ou criando a necessidade de se postular um objeto que não seja nem abstrato nem concreto. A simples negação de que os objetos matemáticos não são abstratos não nos fornece muitas alternativas. Os filósofos da Matemática contemporâneos tentam solucionar o problema

epistemológico posto pelo argumento de Benacerraf, ora admitindo uma natureza diferente aos objetos matemáticos, ora, ainda, afirmando a necessidade de uma relação causal no âmbito da Matemática ou que o acesso a eles se opera por um tipo especial de faculdade cognitiva.

A presente dissertação avalia algumas possíveis respostas dadas por filósofos da Matemática ao argumento de Benacerraf e as conseqüências que porventura surjam destas respostas. Os filósofos abordados serão Hartry Field, que nega caráter abstrato aos objetos matemáticos e busca excluí-los das ciências físicas; W. V. Quine, que adota uma posição contrária a Field e introduz uma visão diferenciada ao realismo, atrelando a Matemática às teorias científicas, Mark Steiner, que tenta mostrar que a condição causal não é condição suficiente para se abolir o realismo no campo da Matemática e por Penelope Maddy que no livro *Realism in Mathematics* parte do pressuposto de que percebemos objetos físicos e onde a questão principal será encontrar o que permite com que estes objetos sejam de fato percebidos como tais. A percepção da qual tratamos não é de qualquer tipo de objeto, mas somente daqueles que obedecem a certos critérios. O objeto em questão deve, primeiramente, existir de fato, não sendo uma ilusão ou mera idéia; além disso, deve desempenhar papel adequado na formação da minha crença perceptiva e ser o causador desta crença.

Segundo Maddy, antes de percebemos um objeto físico particular, devemos formar um conceito acerca do objeto. Assim, antes de explicarmos como temos percepção de objetos, devemos explicar como formamos conceitos acerca deles. Como um

pressuposto da sua teoria da percepção, Maddy partirá de teorias psicológicas e neuropsicológicas que tentam explicar como obtemos o elemento conceitual dos estados perceptivos. Desta averiguação, ela chega à conclusão parcial de que a habilidade de perceber objetos físicos é menos complexa que a habilidade de perceber formas geométricas, porém não são habilidades diferentes. As crenças em objetos físicos ou em figuras surgem da experimentação, manipulação, comparação e pela visualização constante tanto de objetos quanto de figuras. Maddy parte da teoria de que somos capazes de perceber conjuntos, assim como percebemos objetos físicos. Para ela, são habilidades semelhantes e desenvolvem-se do mesmo modo.

A partir do exemplo de que um sujeito vê três ovos, Maddy levanta as possíveis objeções que podem ser feitas à sua teoria, ou seja, de que o sujeito é capaz de perceber conjuntos. A primeira delas é negar-se a existência de conjuntos. Para desfazer esta objeção, Maddy recorre aos argumentos de Quine de que os objetos matemáticos são fundamentais para a nossa melhor teoria do mundo. Assim, como conjuntos são objetos matemáticos, eles não podem ser negados sem comprometer parte das teorias que formulamos para explicar o mundo. A segunda objeção é supor, como no platonismo, que conjuntos são objetos abstratos e, como tal, não possuem localização no tempo e no espaço. Contra esta objeção, Maddy adota o realismo dos conjuntos. Eles existem e estão localizados no espaço-tempo. O conjunto de ovos percebido pelo sujeito está onde ele os percebe, tanto com relação ao espaço que ocupam quanto ao tempo que permanecem ocupando o referido espaço. Deste modo, pelo menos para Maddy, conjuntos têm localização espaço-temporal, do mesmo modo que objetos físicos. Os conjuntos estão

onde os objetos físicos estão, no caso, os três ovos. Outro ponto que pode ser considerado controverso, segundo Maddy, é a afirmação de que o sujeito vê conjuntos. Ela ataca as objeções a esta afirmação dividindo sua resposta em duas partes. Na primeira afirma que a crença numérica é perceptiva, pois existem provas empíricas, baseada em crenças não-inferenciais. O sujeito vê a quantidade de ovos. Além disso, a crença numérica faz parte de uma gama de outras crenças perceptivas, como cor, tamanho, localização dos objetos e nos diferentes modos de se tomar dois elementos quaisquer de uma determinada quantidade.

Segundo Maddy há quatro possíveis candidatos a serem os sujeitos da propriedade numérica. Estes candidatos são agregados, conceitos, classes ou conjuntos. O mais indicado são os conjuntos, por serem mais simples, de fácil manejo e por gerarem uma eficiente teoria Matemática. Porque os conjuntos são os mais indicados como sujeito da propriedade numérica é que podemos dizer que a crença perceptiva de que se têm três ovos é, em consequência, uma crença em conjuntos. Isto é possível, pois os conjuntos são os objetos matemáticos que melhor se ajustam às teorias matemáticas utilizada na explicação dos fenômenos que ocorrem neste mundo. Um último ponto é a garantia de que o conjunto participa de modo causal apropriado da geração da crença do sujeito, no caso, de que ele está percebendo um conjunto com três ovos. Para entendermos esta avaliação devemos entender o que a teoria causal do conhecimento provocou na filosofia da Matemática e o problema epistemológico que surge a partir de sua adoção.

Contudo, em seus escritos posteriores, Maddy entrará em desacordo com o argumento da indispensabilidade, como postulado por Quine, e sobre o qual baseia sua argumentação no livro citado. No livro *Naturalism in Mathematics*, Maddy revê a sua posição. Apesar de ainda buscar compatibilizar o naturalismo de Quine e o realismo, ela não pressuporá ambos de uma maneira tão dogmática. Maddy buscará reescrever o argumento da indispensabilidade de um modo que este contemple a prática Matemática atual (o que, segundo ela, não ocorre na forma como foi delineado por Quine), além de dar um maior ênfase ao modo como a Matemática é encarada pelos matemáticos, pois o método matemático difere demais dos métodos científicos. Para Maddy,

“(...) A reação do naturalista quineano é insistir, entretanto, em que as justificações verdadeiras para várias afirmações de existência Matemática derivam do papel da Matemática na ciência, que (muito do) que matemáticos verdadeiramente dizem em defesa das suas afirmações de existência, seus axiomas e suas decisões metodológicas não vêm ao caso. (Maddy, 1997, p. 183 - 184)”.

Em sua nova visão do naturalismo, ela entende que “(...) Como naturalistas matemáticos, então, nós abordamos a Matemática em seus próprios termos. (...) nós perguntamos agora o que a prática Matemática pode nos dizer sobre a ontologia da Matemática. (Maddy, 1997, p. 185). Além disso, ela buscará afastar as questões epistemológicas e ontológicas da Matemática da dependência tanto da Ciência quanto da Filosofia, pois a Matemática”(...) não é refutável por qualquer tribunal externo à Matemática e nem necessita de qualquer justificação, além da prova e do método axiomático.”(Maddy, 1997, p. 184). Para Maddy, as questões filosóficas acerca da natureza dos objetos matemáticos e do acesso a eles não podem ser respondidas pela Filosofia tradicional,

pois “(...) Enquanto, algumas questões epistemológicas e ontológicas tradicionais sobre a ciência natural podem ser naturalizadas como questões científicas, parece que nenhuma das questões epistemológicas tradicionais e somente as mais simples questões ontológicas sobre a Matemática podem ser naturalizadas como questões matemáticas.”(Maddy, 1997, p. 192). Para ela, questões filosóficas não podem ser consideradas como justificativa para a descoberta ou uso de um determinado teorema ou axioma. Tais questões, entretanto, são consideradas importantes como inspiração. Isto não significa que a aceitação de uma determinada posição filosófica seja mais adequada do que uma outra, mas que a existência de uma tomada de posição filosófica pode facilitar a definição do caminho a ser percorrido ou a descoberta de teoremas”.

Em suma, a intenção desta dissertação é, partindo-se do modo como vários pensadores tentaram responder às questões deixadas pelo modo como a Matemática foi definida filosoficamente pelo platonismo, perceber as diferentes visões colocadas por Penelope Maddy. Tentaremos entender como Maddy parte de uma visão realista da Matemática com base naturalística e chega a uma posição que tenta tornar a Matemática senhora das questões e respostas que devem ser postas acerca de sua metodologia.

I

REALISMO

O filósofo realista acredita que as coisas existem fora de nós. No interior do debate filosófico, a crença básica que um realista pode sustentar é a de que objetos físicos como mesas, cadeiras, canetas existem independentemente do observador e do que este pensa acerca delas. As coisas são como são, não são forjadas pela mente e têm uma existência objetiva. O conhecimento que nós podemos ter destes objetos não interfere em sua existência. Eles não são formulações de nossas mentes ou idéias formadas após uma gama considerável de experiências. Para o realista a frase “há uma colher na gaveta” significa apenas que, ao abirmos a gaveta em questão, encontraremos uma colher. Uma afirmação

como esta não emite uma possibilidade, mas um fato objetivo. A colher existe objetivamente na gaveta.

Para o platônico, os objetos físicos se reportam a universais que são abstratos e com existência independente da mente, podendo ser alcançados por esta. Numa primeira interpretação, existiriam tantos universais quantos são os objetos físicos existentes. Uma das críticas feitas à teoria de Platão é a de justamente inflar de modo desnecessário o seu mundo das Idéias. No realismo de Quine, os objetos físicos existem na medida em que são necessários a alguma teoria. Se eles não servem para a teoria que explica um determinado fenômeno, então não há a necessidade de serem postulados, nem que se acredite neles. Estes objetos não existem nem para a teoria, nem para o sujeito que a utiliza como resposta a um fenômeno. Ele não pertence ao rol dos objetos passíveis de explicarem e darem consistência às melhores teorias que formulamos acerca do mundo. A admissão de tais objetos faria com que a regra de simplicidade, que no dizer de Quine; “(...) orienta na atribuição de dados sensíveis a objetos”.(Quine, 1975, p. 234) fosse negligenciada, inflando o mundo de objetos que não cumprem papel algum.

Outra questão acerca da existência de objetos é se esta dependeria, de algum modo, da linguagem. O problema ontológico seria, na verdade, lingüístico. Esta questão surge do fato de que na teoria da referência de Frege para cada nome deve existir algo a que este nome se refira. A palavra “árvore” deve referir-se a um objeto único e inconfundível. Ao ouvir “árvore” deve-se pensar em um “vegetal de grande porte, lenhoso” e não em um animal.

Esta observação partiria do princípio de que coisas são nomeadas simplesmente porque existem. Se existe o termo, então existe o objeto. Se se pode falar acerca de um

determinado objeto, então este é tido como existente. Para Quine, atribuir existência a algo apenas porque este possui um nome que o individualiza se deve ao fato de se confundir nome e significado. O termo “árvore” é a referência do objeto chamado árvore. Neste caso, para o termo existe um significado. Contudo, o termo “Apolo”, apesar de podermos dar-lhe um significado, não quer dizer que exista e de um modo irreduzível um ser que a ele se ligue. Não existe, de fato, um homem com os aspectos atribuídos ao deus romano. Deste modo, nomes não acrescentam nada à questão da existência ou não de um objeto. Nomes são palavras que podem ser eliminadas de uma afirmação, como propôs Russell, ao formular a teoria das descrições. O termo “Apolo” da expressão “Apolo é belo” pode ser substituído por “o deus da música é belo”, onde a expressão apenas significa que “algo que é ”o deus da música” é belo”. Transferimos a necessidade de existir ao termo “algo” e não mais ao termo “Apolo” que seria o significado atribuído à expressão “o deus da música”.

O problema surge quanto tentamos extrapolar a filosofia de Quine para a Matemática. Se os objetos postulados por uma teoria são necessários para as explicações que a teoria viabiliza, então, quando uma teoria Matemática coloca um certo sistema numérico na formulação de um axioma ou teorema, devemos pressupor que os números que compõem o sistema devam de fato existir. Os números são objetos, assim como átomos ou ondas, idéias que podem ser atingidas apenas pela mente, nomes ou simplificações que auxiliam as nossas Ciências naturais? Com isso, caímos no campo dos universais, pois podemos aventar a hipótese de que os números são entidades universais que permeiam a Ciência. E de uma certa maneira retornamos ao platonismo.

Para Platão, as Formas serviriam de matriz aos objetos percebidos pelos sentidos. Os objetos físicos seriam cópias imperfeitas das Formas. Assim, a forma triangular somente é percebida como tal, porque teríamos tido acesso, por meio de nosso intelecto, à idéia da “triangularidade”, que estaria no mundo das Formas. Para um platônico o mundo é como ele é por causa das Formas que existem e sempre existiram, fornecendo o padrão de construção do mundo físico. Compreendemos mais e melhor o mundo a partir da compreensão das Formas. Por este motivo, o filósofo deveria afastar-se dos objetos da percepção, pois estes, como cópias imperfeitas, o impediriam de compreender a realidade do mundo. Para o platônico, a teoria das Formas é indispensável para a compreensão do mundo físico. As Formas, segundo Platão, seriam responsáveis pela regularidade e ordem dos acontecimentos no mundo. Agora, poder-se-ia perguntar se existe uma identidade entre as Formas e os universais. Existem argumentos que supõem tal identidade e outros para os quais as Formas são uma classe à parte dos universais. Não entrarei no mérito da questão, contudo como simplificação admitirei que Formas e universais são idênticos.

Quando um objeto tem a característica de ter a cor verde, esta não passa a ser exclusiva dos objetos, por exemplo, uma maçã. O objeto não é o único objeto verde que existe no mundo da nossa percepção. A possibilidade de “ser verde” pode ser atribuída a vários objetos diferentes, o que lhe confere o atributo de universal. “Verdor” é um universal e tudo o que pode deter esta característica passa a ser visto como um “caso” deste universal. Visto deste modo, universais, como cores, formatos, são idéias que permeiam nossas experiências diárias, elas são “(...) parte da experiência cotidiana, e suas instâncias são percebidas diretamente.”(Moravcsik, , p. 272). Argumentos como estes admitem que os vários objetos particulares possuiriam um atributo que seria tido como universal. Este atributo

universal faria com que os objetos que partilhassem deste mesmo atributo teriam a mesma natureza. Algo que permeia estes objetos o fariam ter a mesma qualidade. Várias folhas verdes de árvores teriam o atributo “verde” porque algo em suas naturezas as fariam verdes. No caso, o universal de ser verde ou “verdicidade”.

Alguns filósofos vêem a questão dos universais como uma questão de linguagem. Algo é “verde” desde que o termo “verde” tenha algum significado. A expressão “maçã é verde” somente será uma afirmação verdadeira se o termo “verde” for significativo por me reportar a um tipo específico de informação. Em uma linguagem platônica, por aludir a um universal. Por esse motivo, alguns filósofos admitem a existência de universais, pois “(...) a afirmação é que em qualquer frase de forma sujeito/predicado, ao menos o predicado deve designar um universal(...)” (Quine, 1975, p. 229). Este predicado deve ser abrangente em qualquer linguagem possível. Se uma linguagem possível possuir a construção sujeito/predicado, então o termo que ocupar a posição do predicado deverá estar referindo-se a um universal. Na frase “a maçã é verde”, o termo “verde” deve, em qualquer língua, indicar um universal, a “verdicidade”, comum a tudo que é verde.

Apesar de sermos capazes de indicar com precisão o objeto designado pelo termo “maçã”, ou em uma linguagem mais precisa, estabelecer uma relação causal com o objeto “maçã”, não há quem possa indicar, com igual precisão, o objeto do termo “verde”. Não estabelecemos uma relação causal com algum objeto designado pelo termo “verde”. O problema com o platonismo é não ser capaz de explicar como é possível o conhecimento dos universais. Ele não explica como algo que não afeta nem é afetado pelos nossos sentidos

possa ser conhecido. Não explicam como um objeto, que não estabelece relação causal, pode ser conhecido.

Num primeiro contato temos a impressão de que a teoria de Quine remete à existência de algo como os universais quando se trata da Matemática. Esta impressão o coloca, francamente, como um realista e que pouco altera a influência do platonismo. Contudo, não é isto que ele afirma. Os objetos matemáticos não existem independentemente das teorias, mas somente quando são postulados por elas. Assim, ao desenvolver uma teoria que necessite de um novo sistema numérico, este passa a existir para aquela teoria e para as conseqüências advindas deste novo sistema. Para Quine,

“(…) As palavras “casa”, “rosas” e “ocazos” são verdadeiras de diversas entidades individuais que são casa e rosas e ocazos, e a palavra “vermelho”, ou “objeto vermelho”, é verdadeira de cada uma das diversas entidades individuais que são casas vermelhas, rosas vermelhas, ocazos vermelhos; mas não há, além disso, qualquer entidade, individual ou não, nomeada pela palavra “vermelhidão” nem, do mesmo modo, pela palavra “casidade”, “rosidade”, “ocasidade”.” (Quine, 1975, p. 234).

Além disso, se levarmos em conta que não existe, em si, o “verde”, podemos entender como argumentos, como os levados a efeito por Quine, se contrapõem ao argumento de “um universal para diferentes particulares”. No argumento de Quine, atributos tidos como universais podem ser retirados das frases, sendo até mesmo considerados como irrelevantes. No caso da frase “a maçã é verde” é necessário que exista o objeto designado por “maçã” da cor verde, e não os universais “maçã” e “verde” para que a frase seja considerada como sendo expressão fiel de algo existente. O mesmo poderíamos pensar

acerca da Matemática. Se um teorema necessita de números transfinitos , então posso supor que eles existem.

Com isso retomamos o argumento de que universais existem, desde que necessários à teoria que os postula. Portanto, será a Ciência que irá pronunciar-se a respeito da existência ou não de universais. Os universais serão postulados pelas teorias das quais a Ciência lançar mão para explicar o mundo. Se na teoria que a Ciência tiver, por exemplo, sobre as maçãs for necessário à existência de um universal para dar consistência e veracidade à dita teoria, então deverá ser admitido como existindo tal universal. Mas podemos nos perguntar se universais postos como existentes pela Ciência não serão apenas uma forma de simplificação ou, então, uma explicação “ad hoc” mais elegante para algo que ainda não foi percebido pela Ciência em voga. No final, fica a pergunta de como podemos ter conhecimento destes universais. De qualquer modo, tanto o argumento platônico acerca dos universais quanto os argumentos mais modernos de uma ontologia “naturalizada”, não respondem a questão de por que a existência de universais é necessária para a nossa explicação de mundo. Será que não poderíamos explicá-lo sem postular qualquer tipo de universal? No âmbito da linguagem tal necessidade foi posta de lado, agora, não poderíamos fazer o mesmo no âmbito de nossas Ciências?

II

REALISMO NA MATEMÁTICA

O realismo tem uma forte influência na filosofia da Matemática. Ele é percebido no modo como são tratados os objetos matemáticos. O realismo afirma que os objetos matemáticos - números, figuras, conjuntos - existem independentemente de nossas mente, sendo eternos, imutáveis e como estando fora do tempo e do espaço. Para o realista, todo e qualquer objeto postulado pelos teoremas ou axiomas existe de fato, sendo considerado objeto abstrato. O matemático não cria os objetos que postula. Em suas pesquisas, os matemáticos, apenas os descobrem e descrevem seu comportamento. Para o realista, não é relevante se questionar se um determinado teorema é válido ou não por possuir uma demonstração não-construtiva, como fazem os intuicionistas. O fato de não podermos determinar, com exatidão, o número de casas decimais do π não interfere na realidade do número. Este é real para o corpo da Matemática e existe necessariamente. Como dito anteriormente, o problema desta visão é explicar como podemos ter conhecimento de objetos que não afetam nossos sentidos; que não podemos perceber pela experiência sensorial.

Na teoria das Formas, Platão afirma que podemos ter conhecimento das Formas abstratas por as termos contemplado antes do nascimento. As Formas não podem vir através dos sentidos, apesar de estes serem uma condição necessária ao conhecimento. Por meio dos sentidos tomamos contato com o mundo físico. E, deste contato, “relembramos” do conhecimento adquirido quando no mundo das Formas. O mundo dos sentidos ou da percepção sensorial foi construído segundo o padrão dado pelo mundo das Formas. A Matemática, a partir das imagens que produz, tais como figuras e números cumpre, na teoria platônica exposta na República VI, um papel proeminente, pois

impulsiona o filósofo às regiões superiores tornando a mente capaz de perceber os objetos que aí existem.

Escolas anti-realistas

Devido a estas dificuldades com o platonismo surgiram várias escolas filosóficas que se opõem a alguns de seus aspectos. Estas escolas anti-realistas se fixaram em um ou outro aspecto, na tentativa de dar outra visão da filosofia da Matemática, principalmente face às novas descobertas levadas a efeito no processo de crescimento da Matemática. A introdução dos conjuntos transfinitos, dos limites, entre outros, demandaram por diferentes abordagens tanto à Matemática quanto à Filosofia. A influência da teoria platônica da realidade não era mais suficientemente capaz de fornecer respostas satisfatórias aos problemas cognitivos e ontológicos surgidos com as novas teorias matemáticas que aparecem ao final do século XIX e início do século XX.

As principais escolas contrárias ao realismo são o intuicionismo, que será contrário a idéia de um infinito atual e de teoremas que não possuem uma demonstração passível de ser encontrada a partir de um número calculável de etapas; o formalismo, onde os objetos matemáticos são considerados como as peças de um jogo de regras pré-determinada pelo jogador, e o logicismo, que encara a Matemática, notadamente a aritmética, como sendo redutível à lógica. Consideremos alguns aspectos relevantes destas três escolas; como elas tentam ser contrária ao realismo e como, nesta tentativa, acabam introduzindo novos problemas.

Logicismo

Para Frege e demais logicistas, as leis da aritmética podem ser reduzidas às leis lógicas. Para tanto, é necessário que as noções que pertencem à aritmética possam ser definidas em termos de noções que pertencem à lógica e que os teoremas da aritmética possam ser demonstrados a partir de axiomas da lógica. A lógica cumpriria, deste modo, um papel fundamental na filosofia fregueana, sendo considerado o princípio mais elementar dos enunciados matemáticos. De tal maneira, que sem uma lógica correta, não se poderia obter nada correto na filosofia, e por consequência, na Matemática. Frege buscava fornecer “(...) uma defesa filosófica das pretensões da Matemática a ser um corpo de conhecimento objetivo (...)” (Tiles, 2003, p. 340). Além disso, buscava dar uma resposta às correntes filosóficas que viam a Matemática como uma questão sobre representações (psicologismo) ou como um jogo de símbolos formais, os quais dariam liberdade aos matemáticos de criarem quaisquer sistemas numéricos, pois já que os números são apenas símbolos podem ser agrupados, desde que obedecem a regras formais de criação e arranjo. Por serem dedutíveis de leis lógicas básicas e definições, os enunciados da aritmética são tidos como sendo verdadeiros e analíticos. Para tanto, os logicistas teriam que mostrar que as negações das proposições matemáticas são autocontraditórias e as leis matemáticas podem ser derivadas de leis lógicas.

Para que as negações das proposições matemáticas sejam consideradas autocontraditórias seria necessário demonstrar que

“(…) se essas definições são análises corretas do significado de termos aritméticos, se o conjunto de axiomas teóricos são em si mesmo analíticos de uma maneira relevante e se sendo deriváveis em uma lógica de primeira ordem de proposições analíticas via definições representando análises corretas constituídas, segundo leis de não contradição.”(Maddy, 1990, p. 13).

Quanto a reduzir às leis da lógica, fica a questão de que a lógica adotada por Kant não era a mesma que a de Frege, portanto dever-se-ia perguntar a qual lógica se está referindo-se - à aristotélica ou à teoria dos quantificadores. Além disso, não se sabe bem ao certo o que seja, em Frege, “a análise correta do significado de um termo matemático”. Assim, para o logicismo ser isento de objeções há que se mostrar que a teoria dos conjuntos é parte da lógica. Entretanto, este é ainda um ponto em aberto de difícil definição. Apesar disto, para os logicistas, diferentemente dos intuicionistas, está implícito que todo enunciado é demonstrável. Para Frege, todo enunciado pode ser demonstrável, pois podem ser definidos em termos puramente lógicos.

O conhecimento que temos do número é racional e a priori, ou seja, “(…) o conhecimento que se obtém, com o auxílio do “olho da razão”, contemplando as estruturas atemporais da realidade numérica é um conhecimento *a priori*” (Barker, p. 106). Ao admitir um conhecimento *à priori*, em que alguém pode entender a linguagem dos números sem saber a teoria e as leis matemáticas, apenas pela racionalidade, não é retomar o racionalismo. Apenas que, para Frege, “analítico” quer dizer reduzir as leis da aritmética às da lógica. Deste modo, admitir que temos um conhecimento racional é o mesmo que aceitar um conhecimento direto e claro de que as leis da lógica persistem nas leis aritméticas. Por esse motivo era importante aos logicistas reformular as leis da própria lógica e definir os termos que possibilitariam deduzir as leis aritméticas das leis lógicas.

Para Frege, a verdade de uma proposição é independente do sujeito. Frases são verdadeiras ou falsas dependendo apenas do domínio em que estão inseridas. Elas não dependem do conhecimento ou da capacidade humana em conhecê-los. A lógica passa a ser considerada como a linguagem ideal para expressar o conhecimento objetivo dos homens e as estruturas da realidade.

Já para os positivistas lógicos, a Matemática não é uma Ciência objetiva. Ela não possui objeto de espécie alguma. Não existiriam objetos lógicos que tornariam as leis da aritmética verdadeiras ou não, independentemente do sujeito. Para alguns, as leis da Lógica e da Aritmética são verdadeiras apenas por convenção. Para resolverem as inconsistências do sistema lógico-matemático, os positivistas caem em um convencionalismo. Eles fazem da Matemática apenas um objeto das decisões humanas. Esta atitude confere uma explicação fácil aos teoremas e axiomas matemáticos. Estes passam a ser visto como parte da linguagem que adotamos para comunicarmos nosso conhecimento e descrever a nossa realidade. Tanto a Lógica quanto a Matemática passam a ser considerado um tipo de linguagem. Contudo, permanece o problema de se explicar como esta linguagem estabelece relação com o mundo físico. Os positivistas lógicos aceitam o realismo quanto ao mundo físico e, não quanto a Matemática. Esta possibilidade de reestruturação do logicismo, somente atenderia a sua proposta se pudesse estabelecer com clareza a distinção entre linguagem e realidade, ou seja, entre o que é empírico e o que não o é, e qual a linguagem que expõe com justeza a realidade empírica. Sem isto tal projeto está fadado a falhar.

Formalismo

O programa formalista pretendia erradicar as ambigüidades dos enunciados matemáticos. O logicismo embaraçou-se em vários paradoxos. O paradoxo de Russell, por exemplo, demonstrou que o sistema de Frege, que buscava fundamentar a aritmética em bases lógicas, era inconsistente. Pois, era possível expressar o conceito “é uma classe que pertence a si mesma”. Digamos, se A pertence a si mesmo, então A é um membro de si mesmo se e somente se A não é um membro de si mesmo, logo uma contradição.

Além disso, o logicismo aceitou objetos matemáticos dos quais não se poderia demonstrar a existência através de um número finito de passos. Tais objetos são tidos, pelo logicismo, como consequência de propriedades dos conjuntos infinitos, governados por regras lógicas comuns aos conjuntos finitos. O programa de Hilbert propõe-se a erradicar estas contradições ao admitir uma Matemática que apenas manipula símbolos.

O formalismo é contrário ao realismo ao postular a Matemática como um jogo que obedece a regras pré-determinadas. Sendo tais regras matemáticas e axiomas apenas criações humanas. A Matemática fica restrita à manipulação de símbolos, vazios de sentido e sem significado. O exemplo mais comum é o do jogo de xadrez onde os objetos matemáticos cumpriram o papel de peças e as proposições, das regras. A Matemática fica deste modo esvaziada do seu conteúdo ontológico. Ela torna-se umas disciplinas neutras, independentes de qualquer objeto (números e conjuntos) do universo. A Matemática passa a ser considerada uma ciência formal. Com esta formulação, a Matemática fica imune à verificação empírica. A noção de verdade passa a ser o

resultado das inter-relações estabelecidas entre os teoremas, permitindo que as contradições sejam facilmente percebidas. As contradições são teoremas ou hipóteses que rompem com as regras estabelecidas. Assim, se tentamos demonstrar construções do tipo “triângulo é quadrado” fica óbvio que estamos tentando demonstrar uma contradição. Tal construção fere as regras da geometria, o que o torna impossível de ser construído, no jogo ordenado pelas regras que definem como construir triângulos, quadrados e as relações de igualdade.

Nesta visão, a Matemática é uma ferramenta para a resolução de problemas, onde os símbolos usados têm significado apenas nas relações que estabelecem no jogo que realizam. Os objetos matemáticos encarados como símbolos não têm significado intrínseco, nem independente do sujeito. O conhecimento matemático é relevante apenas quanto às relações estabelecidas pelos objetos e as regras que os governam. Um formalista não está interessado nas relações que a Matemática estabelece com o mundo físico. Se esta relação existir, não tem nada a ver com a Matemática. É suficiente, apenas, que os enunciados matemáticos e axiomas sejam consistentes e sirvam como ponto de partida para símbolos lógicos. Assim, “(...) sua introdução se justifica se torna possível a solução de problemas preexistentes, e caso se possam demonstrar a consistência do sistema total, que consiste nos novos símbolos juntamente com o antigo sistema que eles ampliam”.(Tiles, 2003, p. 347).

Mas como demonstrar que um axioma ou teorema matemático é consistente? O simples fato de se poderem derivar novos símbolos a partir de símbolos já fixados pelo seu uso em sistemas matemáticos formais lhes garante a consistência? Para o programa

de Hilbert, a consistência é garantida, desde que os axiomas derivados determinem modelos que possam ser construídos efetivamente. Modelos de enunciados que necessitem de conjuntos infinitos enfrentam o problema de não possuírem modelos passíveis de serem construídos. Portanto, como fundamentar o uso de símbolos, objetos, enunciados ou operações infinitas a partir de enunciados finitos? Como garantir a consistência desses enunciados?

Hilbert propõe em sua teoria a questão da consistência “(...) como uma propriedade formal dos sistemas de símbolos” (ibid.). Para mostrar que um enunciado, que necessite do pressuposto do infinito, é consistente, basta mostrar que sua afirmação e negação podem ser demonstradas através de construções finitas, que a demonstração utiliza passos construtivos através de um método finito. Para Hilbert, os termos não-lógicos dos axiomas não têm um significado fixo, não tendo, por consequência, valor de verdade.

Os axiomas são verdadeiros ou falsos dependendo da interpretação que lhes é dada. Assim, a afirmação “a menor distância entre dois pontos é uma reta” será verdadeira de acordo com o sistema matemático (no caso, o tipo de geometria) de que o enunciado faz parte. Ele somente pode ser considerado verdadeiro em uma geometria de cunho euclidiano. Para Hilbert, os sistemas de símbolos são finitos, mesmo que estejam se referindo a sistemas infinitos. A parte infinita não criaria inconsistência na parte finita, já que não lhe acrescenta nada. A única parte a ser considerada significativa na Matemática é a finita. Deste modo, a parte infinita é uma ferramenta a partir da qual é possível derivar afirmações da parte finita livre de incorreções.

Com isso, um sistema de axiomas será consistente somente se a contradição não puder ser deduzida por meio das leis lógicas. Assim,

“Um axioma a é independente do conjunto S de axiomas simplesmente no caso de a não poder ser deduzido de S por meio de leis da lógica. Como, por causa disto, a é independente de S , no caso do conjunto S ; $\sim a$ é consistente. Hilbert pode (e o fez) demonstrar que por meio de provas de consistência resulte independência.”(Blanchette, 1996, p. 319).

Contudo, o teorema de Gödel, segundo o qual não é possível demonstrar a não-contradição de um sistema S por meio de axiomas, definições ou regras de dedução do próprio sistema S , mas apenas por meio de um outro sistema S_1 , mais rico em elementos lógicos. Este teorema colocou em dúvida os métodos utilizados por Hilbert para provar a consistência de um sistema por meio da dedução da não-contrariedade do mesmo. Pelo método de Hilbert, o conhecimento de um membro a do sistema S é compatível com o conhecimento das frases que expressam este membro a , daqueles que não expressão membros de S . O conhecimento matemático será das expressões que contenham o membro a em questão. É necessário, contudo a apreensão dos conceitos deste sistema S para se compreender suas definições e a linguagem formal utilizada.

Nesta visão, a relação entre Matemática e o mundo físico não é relevante. Caso a Matemática diga algo à ciência física é pura curiosidade. Para os formalistas, questões sobre a aplicabilidade da Matemática não são significativas. Eles importam-se em encontrar meios de justificar as nossas crenças na Matemática e a buscar os meios como a adquirimos. Para estes críticos, “(...) uma das tarefas de uma filosofia da Matemática é

explicar com que direito os seres humanos com capacidades finitas pode introduzir e pretender compreender símbolos que representariam o infinito (...)" (Tiles, 2003, p. 346).

Intuicionismo

O intuicionismo na filosofia da Matemática procura encontrar uma saída ao problema do infinito, como uma coleção completa. De um modo geral, o infinito era entendido como sendo meramente potencial ou incompleto. A idéia do infinito já fora posta pelos gregos na antiguidade. No século V a.C. em um comentário ao trabalho de Euclides, Proclo afirma que, ao dividirmos uma circunferência, obtemos sempre um número de partes que é o dobro do número de divisões, ou seja, n divisões correspondem a $2n$ partes, e assim infinitamente, contudo esta observação foi aceita apenas como sendo uma potencialidade de alguns sistemas. A teoria dos conjuntos de Cantor recoloca a discussão do infinito como um conjunto completo, além de dar-lhe um tratamento matemático. Cantor, assim como Dedekind, percebera que um conjunto é infinito quando possui uma correspondência biunívoca (um para um) com uma de suas partes. Um exemplo seria o conjunto dos números pares positivos ($2n$) e dos números inteiros positivos (n). O conjunto dos números pares é um subconjunto dos números inteiros ou em outras palavras, faz parte dos números inteiros. Pelo axioma 5 Lv. I de Euclides, a quantidade de elementos do conjunto dos números inteiros teria que ser maior que o dos números pares, o que não ocorre, em princípio.

O principal pensador do intuicionismo foi o matemático L.E.J. Brouwer. Segundo ele, quando se faz referência a conjuntos infinitos, não há como verificar se uma determinada propriedade atribuída ao conjunto é válida ou não ao longo de toda a seqüência. Por exemplo, não há como provar se na expansão infinita do número π existe ou não existe uma série de cem números pares. O matemático intuicionista somente poderia asseverar a verdade ou falsidade de um enunciado ao ser capaz de dar uma demonstração ou uma contra-demonstração que em um número finito de passos obtivesse um exemplo específico do objeto postulado. Para o intuicionista, a demonstração deve construir o objeto postulado e identificar seus elementos. Toda demonstração funcionaria como uma receita, com os passos necessários para a obtenção, no caso, de um determinado número. Deste ponto de vista, somente a partir de demonstrações construtivas seriam validados os enunciados matemáticos. As demonstrações construtivas exibiriam um dos elementos ou objetos cuja demonstração postulam a existência. Por exemplo, usando $A \vee \neg A$ sem ter nenhuma prova para A e nem para $\neg A$. Para o intuicionista, para se afirmar $A \vee B$ precisa-se de uma prova ou de A ou de B . Suponha que $\exists x, y, z$ tal que $X^y = z$, onde x, y são irracionais e z racional. A prova não construtiva seria:

Sabemos que:

- (a) $\sqrt{2}$ é irracional;
 - (b) $(\sqrt{2})^{-2}$ é ou racional ou irracional?
- Se $K = (\sqrt{2})^{-2}$ for racional, então
 $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}, z = K$
- Se $K = (\sqrt{2})^{-2}$ for irracional, então:

$$X = K, y = \sqrt{2}$$

$$z = (K)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2 . \square$$

Para os intuicionistas, demonstrações não-construtivas, como o exemplo acima, vão contra a idéia de que o ponto de partida da aritmética seriam construções mentais da possibilidade de contagem no tempo. Nos casos em que não há nem prova nem refutação, não se pode ter certeza da verdade ou da falsidade dessas afirmações e nem mesmo se é a questão. Deste modo, deixa de valer o princípio lógico do terceiro-excluído que determina que ou uma asserção ou a sua negação é verdadeira. A lógica intuicionista não admite tal princípio como tendo um valor universalmente válido. Para eles, esse princípio tem validade somente numa Matemática que faz referência às grandezas finitas. O intuicionista duvida da consistência de afirmações que considerem o infinito como uma totalidade completa ou potencial, pois não há como construir mentalmente essas estruturas. Deste modo, não há como atribuir um valor de verdade às afirmações que levem em conta um infinito completo, já que não há como uma afirmação ser considerada verdadeira em um domínio ou modelo matemático e em outro, não.

Na verdade, os intuicionistas pensam numa Matemática que não recorra ao método de prova indireta, (*reductio ad absurdum*) onde a existência de um objeto matemático é provada pela simples demonstração de que não existe uma contradição, como no exemplo acima dos números primos. Não basta, portanto, provar que a suposição da não existência do objeto postulado provoca uma contradição. Os intuicionistas, portanto, rejeitam muitas das provas matemáticas que usam este

princípio e propõem uma Matemática com um rigor lógico mais exigente que o de matemáticos não intuicionistas.

A Lógica não pode ser, segundo os intuicionistas, uma lei para a construção de demonstrações matemáticas. Eles rejeitam a tese logicista de que a Matemática teria como fundamento a Lógica. Assim, para Detlefsen: “(...) a função dos princípios lógicos não é guiar argumentos relativos a experiências subentendidas pelos sistemas matemáticos, mas descrever regularidades as quais são observadas subsequente na linguagem do sistema (...)” (Detlefsen, 1990, p.517). A Lógica, na visão intuicionista, cumpriria a função de um artifício instrumental que manipularia esquemas de representação para que uma prova pudesse ser encontrada. A Lógica não ditaria regras formais, nem seria o fundamento da Matemática, como é postulado pelo logicismo. A Lógica seria como uma linguagem usada para representar ou expressar as construções matemáticas levadas a termo por uma atividade introspectiva. Deste modo, no intuicionismo, a lógica somente poderia esperar uma conexão entre uma proposição P e uma proposição Q.

Ao admitirem a possibilidade da existência de afirmações matemáticas com sentido, porém sem uma definição quanto à sua verdade ou falsidade, os intuicionistas incorporam uma terceira possibilidade à lógica “clássica”. Para os intuicionistas, asserções que não podem ser demonstradas ou refutadas não podem ser identificadas nem como verdadeiras nem falsas. Tais asserções ficariam em um “limbo” até que fosse possível se verificar sua falsidade ou não. Com isso, os intuicionistas rejeitam o princípio do terceiro-excluído, que afirma que há apenas duas possibilidades de

verdade para enunciados lógicos. Contudo, esta rejeição é somente para as asserções que levem em conta o infinito. Quando a demonstração refere-se a conjuntos finitos, então o princípio do terceiro-excluído é reconhecido como sendo válido. Ao rejeitar este princípio lógico, os intuicionistas acabam por instituir uma lógica ao mesmo tempo mais complicada e restritiva que a “clássica”, pois sacrificam muitos dos meios utilizados para a criação de demonstrações matemáticas. Para a lógica intuicionista, a prova matemática não é considerada como uma série de conexões determinadas por análises lógico-lingüísticas das proposições. Isto, porque para o intuicionismo a Matemática é uma forma de experiência ou atividade cujo desenvolvimento não ocorre por extrapolação lógica ou obtenção de novas proposições a partir de outras já conhecidas.

Se a única atingida pelo rigor intuicionista fosse a teoria dos conjuntos infinitos de Cantor, o dano talvez não fosse muito grande, contudo parte considerável das demonstrações e teoremas geralmente aceitos pelos matemáticos são desconsiderados. Para o intuicionista, à parte da Matemática que pode ser salva é a que pode ser interpretada como se referindo somente a estruturas finitas, e na qual a consistência de suas demonstrações pode ser verificada, pois estabelecem um meio de se produzir um resultado determinado e por meio de uma demonstração construtiva. Ao rejeitar argumentos não-construtivos, ou seja, que se baseiam em processos de extrapolação da Lógica “clássica”, a Matemática intuicionista torna-se, de certa maneira, mais complicada de se desenvolver e em certas áreas menos rica que a convencional; suas demonstrações são, às vezes, mais difíceis de serem realizadas, requerendo um maior número de etapas. A ênfase dos intuicionistas é que a

Matemática seja uma atividade construtiva da mente. Entretanto, fica a questão de se saber qual construção é adequada e se pode ser levada a termo. Muitos são os matemáticos e, conseqüentemente, as Matemáticas possíveis. E será que a mente consegue lidar apenas com noções finitas?

Visões pró-realistas

Assim como o intuicionismo, o formalismo e o logicismo são vertentes filosóficas que pretendem desviar-se dos problemas postos pelo platonismo clássico, negando um ou outro de seus aspectos, existem igualmente visões que buscam dar uma solução a tais problemas partindo de argumentos que, em princípio, tornam o platonismo inviável.

Uma destas visões é o platonismo que deriva dos trabalhos de Quine. Na sua visão os objetos matemáticos existem porque são necessários à melhor teoria que se possui sobre o mundo físico. Para eles, a Ciência exige a tese ontológica. Eles mantêm a versão platônica que admite a existência de objetos matemáticos, contudo esses objetos não são, na versão de Quine, independentes do mundo físico. A existência de objetos matemáticos é necessária a partir das teorias que são formuladas para o nosso entendimento do mundo. Se os objetos físicos existem, então os matemáticos também devem existir; por uma questão de coerência ontológica. Física e Matemática passam a ter uma relação intrínseca a ambas, de tal modo que não é possível ser

realista quanto aos objetos postulados pelas Ciências naturais e não o ser com relação aos objetos postulados pela Matemática.

Para um realista contemporâneo, como Quine, a existência de objetos físicos se deve não somente a uma questão psicológica, uma crença inevitável. Acreditamos na existência de objetos físicos porque estes são necessários para a nossa organização e explicação das experiências. As experiências que temos do mundo demandam a existência de tais objetos. Mesmo nossa linguagem está associada às nossas experiências de mundo. Elas não são independentes das nossas experiências. Assim, nossas crenças na existência de objetos físicos se devem ao fato de que tais objetos são necessários à melhor explicação que é capaz de formular sobre nossas experiências.

A relação entre Matemática e Física é considerada inseparável, uma parte depende da outra. E, de tal modo, que uma não pode dispensar a outra. Contudo, o fato de que existem objetos físicos não garante que os objetos matemáticos também existem. Os objetos matemáticos somente existem se cumprirem um papel em nossas explicações científicas. Portanto, objetos matemáticos postulados, mas que não cumprem nenhum papel em nossas teorias, não necessitam ser considerados ou aceitos. Eles não têm uso, logo não possuem uma justificação. Nesta vertente, a Matemática serve para simplificar a Física e demais Ciências naturais e, de tal modo, que estas não podem ser formuladas sem a Matemática. Os objetos matemáticos tornam-se indispensáveis à Ciência, portanto estes existem para que nossa melhor teoria do mundo seja justificável.

Se uma determinada teoria científica postula certo objeto e este objeto é de algum modo necessário para que esta teoria seja válida, então devemos admitir que ele existe de algum modo. Se acreditarmos na teoria, devemos acreditar nos objetos necessários para a sua formulação. Se, por exemplo, possuo uma teoria acerca de colheres, então devo acreditar que existe pelo menos uma colher. Devo acreditar na existência objetiva de colheres. Assim, na teoria de Quine: “(...) os objetos físicos são entidades postuladas que uniformizam e simplificam nossa consideração do fluxo da experiência, assim como a introdução dos números irracionais simplifica as leis da aritmética.”(Quine, 1975, p. 234). Deste modo, o papel desempenhado pelos objetos físicos seria o de simplificar um esquema conceitual fixado com o pretexto de por ordem na Ciência.

Esta simplificação auxilia na hora de identificarmos um objeto. A observação de uma árvore, por exemplo, obriga nosso cérebro a processar uma gama enorme de informações. O cérebro deve processar variações de luminosidade, tamanho, profundidade, cor entre outras coisas. Se fosse separar e avaliar cada percepção; cada nuance de cor, mudança de luz, tamanho sofridas pela árvore, provavelmente não formaria uma idéia do objeto que tenho em frente a minha janela. Talvez, fossem necessários vários minutos até poder dizer que o objeto em questão é uma árvore. Contudo, não é isto o que ocorre. Reconheço a árvore do meu quintal ou a do vizinho sem perceber conscientemente cada um dos traços que a formam. Simplifico todos estes aspectos ao afirmar que vejo uma árvore da minha janela. Como Quine afirma: “(...) inúmeros eventos sensíveis dispersos passam a ser associado aos chamados objetos singulares.” (Quine, 1975, p. 234). O objeto “árvore” sintetiza minhas percepções

individuais. Do mesmo modo, os objetos postulados por uma teoria sintetizam a explicação de mundo que formulei.

Assim, pela teoria de Quine, qualquer objeto postulado é necessário para a teoria que o coloca. Nossa teoria de mundo postulou em uma época um “deus da música”, pois este explicava uma série de fatos observáveis. Esta explicação deixou de ser suficiente. Com a necessidade de outras maneiras de se explicar nossa realidade surgiram outros objetos. Uma teoria que afirma que a água é formada por partículas menores vê-se obrigada a postular a existência destas partículas. Não é possível, segundo a posição adotada por Quine, ser realista com relação à água e não o ser com relação às partículas que a compõem. Tanto os átomos de hidrogênio quanto os de oxigênio devem existir, pelo menos para uma teoria científica que admite objetos não-observáveis pelos sentidos. Portanto, objetos como átomos, genes, ondas magnéticas devem existir ou pelo menos nossa crença em sua existência é justificada por nossa melhor teoria científica.

A filosofia de Quine baseia-se no argumento da indispensabilidade². Este argumento impõe que devemos acreditar em certas afirmações sobre a existência de certos tipos de objetos. Sem eles não é possível fazermos afirmações seguras acerca de determinado fenômeno. No final estamos certos de que somente com a existência destes objetos é que as afirmações que fazemos sobre o mundo tornam-se inteligíveis. Estes objetos dão suporte as crenças formadas a partir dos fenômenos estudados.

² Ver cap. 4.

Com esse argumento, decorre que a Matemática, assim com as Ciências naturais, podem ser postas em dúvida. O mesmo acontece com os enunciados e objetos matemáticos atrelados à teoria. O conhecimento matemático deixa de ser certo. Além disso, o atrelamento da Matemática à teoria física, por exemplo, põe o problema de não se poder saber qual dos dois tipos de conhecimento é *a priori*. Qual conhecimento deverá ser contado como anterior? A teoria matemática seria anterior à teoria física, ou vice-versa? O problema está principalmente no fato de que nem todas as afirmações ou objetos matemáticos desempenham algum papel nas teorias físicas, contudo são naturalmente dotadas de justificativas, provas e argumentos conseqüentes e plausíveis. Com isso, levanta-se a questão de que a Matemática participaria as explicações das Ciências naturais somente em um nível mais teórico. As explicações cotidianas não fazem uso de argumentos matemáticos. Podemos dizer, por exemplo, que a “a água é um líquido incolor e inodoro” e estar dando uma explicação do líquido em particular; diferenciando-o de outro tipos de líquidos. Do mesmo modo, podemos dizer que “a massa atômica de uma molécula de H_2O é 18”. A diferença está no grau de precisão e de teoria envolvidas em cada explicação.

Segundo Hartry Field, “(...) existem igualmente boas teorias e explicações que não envolvem um comprometimento com números e funções e assim por diante (...)”(Field, 1989, p. 17). Deste modo, fica patente que o uso do argumento de que a Matemática é indispensável à melhor Ciência como justificativa as nossas crenças em objetos matemáticos fica, de um certo modo, restrito a determinados níveis de explicação teóricos. Dependerá do nível de complexidade e teoria envolvidas na explicação.

Outro ponto contra, ou que pelo menos enfraquece a posição adotada por Quine é, ainda no dizer de H. Field, o comprometimento causal criado por esta posição. Quando tratamos de teorias de Ciência natural e postulamos a partir destas teorias objetos físicos, como por exemplo, partículas atômicas, nos comprometemos com o papel que elas cumprem na teoria. Como tratamos de objetos físicos esperamos que eles estabeleçam uma relação causal na produção do fenômeno explicado pela teoria. Se, no caso do argumento de Quine, os objetos matemáticos postulados são nossa melhor explicação do mundo devemos determinar qual papel cumpre estes mesmos objetos matemáticos na teoria. Assim,

“(...) o papel das entidades físicas nessas explicações é causal: elas são adotadas para serem agentes causais com uma função causal na produção do fenômeno a ser explicado. Desde que entidades matemáticas são adotadas para serem não-causais, o papel explicativo delas deve ser de algum modo diferente.”(Field, 1989, p. 19).()

De um modo geral, considera-se que as crenças em objetos matemáticos são justificáveis devido à possibilidade de se dar provas rigorosas das afirmações matemáticas e por oferecerem conseqüências estimulantes. Contudo, provas e conseqüências advindas de uma afirmação matemática dependem de um esforço lógico, ou melhor, uma certa adequação da afirmação e o esboçado logicamente. As provas não deixam de ser derivações lógicas de afirmações matemáticas a partir de outras afirmações matemáticas. O simples fato de afirmações matemáticas derivarem umas das outras é que as fazem serem consideradas verdadeiras. Isto não é suficiente para garantir a existência dos objetos que as afirmações postulam. Apenas podemos inferir sobre a “verdade” delas, e não sobre a existência deste ou daquele objeto. Já as

conseqüências requeridas pelas afirmações matemáticas surgem a partir de um tipo de dedução, cuja conclusão não requer necessariamente a crença na existência dos objetos postulados pela afirmação. Não é óbvio que seja necessário haver um comprometimento ontológico entre crença em uma teoria científica do mundo e as afirmações matemáticas. Não existe uma relação óbvia entre as percepções que temos do mundo físico, que são de fato causais, e as afirmações matemáticas que justifiquem a crença que possuímos acerca da Matemática.

Num primeiro momento, admitamos que existam crenças que dêem a impressão de serem aceitáveis independentemente do argumento que lhes dão suporte. Isto somente ocorre porque tais afirmações estão em acordo com as verdades lógicas que podem ser percebidas independentemente da teoria que temos acerca do mundo, bem como das relações que as afirmações matemáticas estabelecem com as teorias naturais formuladas. Poderíamos considerar as afirmações matemáticas aceitáveis, pois, de um modo geral, suas formulações nos parecem ou induzem uma aparência de naturalidade. De fato, a união dos elementos dos conjuntos dos números inteiros positivos aos dos números inteiros negativos resulta no conjunto da totalidade dos números inteiros. Isto não vai contra a crença de que é possível unir os elementos de conjuntos diferentes. O que pode criar dúvidas é o resultado dessa união, pois nem sempre podemos verificar se o resultado obtido é de fato aquele que se deveria esperar. A dúvida não recai sobre a possibilidade de união.

Tal crença tida como “natural” deve-se, em parte, no dizer de Field, às verdades lógicas em associação com a vivência no cotidiano de situações que não

envolvem operações matemáticas. Da relação entre as verdades lógicas e as vivências perceptivas que e processam desde a infância, nos permitem achar naturais certas afirmações matemáticas. Talvez desta interação surjam os conhecimentos tidos como inatos. Mas será que crenças baseadas na percepção de objetos no cotidiano são suficientes para a fundamentação de crenças matemáticas?

No entender de Field, o julgamento do conhecimento que adquirimos através da percepção não é suficientemente confiável, pois:

“(...) parece existir uma diferença crucial entre os casos: a diferença surge do fato de que existe uma conexão não-problemática (tipicamente conexões causais) entre o que percebemos e nossos julgamentos perceptivos, considerando que não existe tal conexão não-problemática no caso de julgamentos plausíveis em Matemática (...)”(Field, 1989, p. 11).

O problema está em que mesmo o conhecimento que se baseia na percepção não está livre de contestação. Na maioria das vezes nossa percepção nos informa sobre fatos que, postos sob uma verificação mais acurada, mostram-se incorretos. Assim, a percepção que temos acerca de objetos físicos, por exemplo, podem não ser de fato o que afirmamos que sejam. As teorias que formulamos acerca destes objetos são passíveis de serem corrigidas e mesmo refeitas. Podemos até mesmo contradizer a teoria precedente. A percepção diz que a “estrela da manhã” e a “estrela da tarde” não são as mesmas. Porém, com a alteração do método de determinação de estrelas, somos obrigados a aceitar que os objetos celestes identificados como estrelas distintas não são nem mesmo estrelas, quanto mais distintas. A percepção nos informa uma realidade que nem sempre pode ser sustentada em todas as circunstâncias. Com isso, devemos, ou mudar nossa linguagem ao nos referirmos ao novo fato, ou, ao

utilizar a mesma designação ao objeto brilhante próximo ao horizonte durante a manhã ou a tarde, ter o cuidado de percebermos que nos referimos a um planeta. Devemos ter em mente que nos referimos de maneira inadequada ao dito objeto celeste.

O uso por parte de Quine das teorias sobre os objetos físicos como maneira de justificar objetos matemáticos que lhe são afins, esbarra no problema de que nem sempre as inferências que fazemos nos dão as alternativas corretas. Ao atar a Matemática às teorias formuladas para explicarem o mundo podem levar a um compromisso com uma determinada metodologia. No dizer de Field,

“(...) se nossa crença em elétrons e neutrons é justificada por alguma coisa como inferência à melhor explicação, não é nossa crença em números e funções e outras entidades matemáticas, justificada igualmente pela mesma metodologia?”(Field, 1989, p. 16)

A maneira como Quine vincula os modelos matemáticos aos físicos os afastam um pouco da visão clássica do platonismo. Para Platão, não havia uma relação tão estrita entre mundo sensível e mundo dos modelos matemáticos. Todo modelo matemático era por princípio aceito, independentemente de poder ser aplicado ao mundo sensível. Aliás, esta aplicabilidade não era sequer esperada para os modelos matemáticos.

Platonismo de Gödel

Na versão de Gödel, os “axiomas elementares são óbvios “(Maddy, 1990, p. 31), sendo a relação entre intuição/Matemática a mesma que entre percepção/Física.

Assim, a Matemática precisa de seus objetos não-intuitivos, como a Física, dos não-observáveis, por cumprirem um papel na teoria que afirmam. Gödel raciocina com a idéia de que os objetos matemáticos apresentam-se como sendo verdadeiros no interior de nossas teorias. Ele parte do pressuposto de que há conhecimento e que este é alcançável. No caso da reta por dois pontos dados, a existência de uma reta surgiria (pelo menos numa geometria euclidiana) pela própria situação dos dados dois pontos. Não existe, segundo Gödel, outra coisa para ligar os dois pontos dados senão uma linha reta. Isto somente é possível porque, para Gödel, a intuição na atividade matemática desempenharia o mesmo papel que a percepção nas atividades físicas. Quando observamos algo, de antemão percebemos certas particularidades que se tornam óbvias, para nós são independentes da teoria que será elaborada sobre aquele acontecimento ou objeto. Por exemplo, ao tocarmos um cubo de gelo, adquirimos várias informações que são para nós óbvias, não necessitando de explicações elaboradas. A baixa temperatura do gelo força a sua “gelidade” sobre a minha mão do mesmo modo, que os dois pontos forçam uma linha reta sobre a minha “percepção matemática”. Segundo Gödel,

“(...) a suposição de conjuntos é relativamente tão legítima quanto a suposição de corpos físicos e há verdadeiramente outro tanto de razões para crer na sua existência. Eles são necessários, no mesmo sentido, à obtenção de um sistema matemático satisfatório, como os corpos físicos são necessários para uma teoria satisfatória de nossas percepções sensorias (...)” (Maddy, 1990, p. 32)

Contudo, há fatos sobre objetos físicos e matemáticos que não são observáveis e/ou intuitivas, mas que encerram um poder de explicação, previsão e

interconexão com outras teorias, acabam por justificar a crença em sua existência. A Matemática é justificada, neste modelo, da mesma maneira como a Física: por suas bases intuitivas e conseqüências férteis. A objeção que se faz é a não necessidade da crença em objetos matemáticos abstratos implicar, necessariamente, uma crença em objetos não-observáveis. Não é possível estabelecer uma relação entre objetos que, em princípio, não existem no tempo e espaço físico, com objetos que não foram observados. Objetos não-observados, por serem físicos, são pressupostos existindo no tempo e espaço. Deste modo, retornamos à mesma questão que se faz deste Platão, como é possível estabelecer a relação entre algo abstrato e algo físico? Além disso, não é possível afirmar que a Matemática esteja par a par com a Física, pois podem haver mais afirmações e objetos matemáticos do que físicos ou vice-versa.

As teorias modernas conseguem de algum modo justificar o trabalho realizado pela Matemática aplicada, mas ainda ficam questões tais como: de que modo a Matemática funciona? O que é a intuição e qual o seu funcionamento? Por que os axiomas básicos seriam óbvios? E como pode ser justificada a existência de uma Matemática pura?

No próximo capítulo, vamos avaliar mais detidamente o argumento posto por Benacerraf e a teoria causal do conhecimento e o modo como estes afetam o platonismo.

III

A DEFINIÇÃO CLÁSSICA DE CONHECIMENTO

O termo “conhecimento” comporta diferentes acepções. Pode ter o sentido de familiaridade com algo; de habilidade em determinada atividade; de experiência em determinada situação, como por exemplo, na expressão: “Conheço a sua dor!” e como saber teórico, onde aquele que tem conhecimento, sabe que tal coisa é de determinado modo e não de outro. Por exemplo, “Sei que o sol é uma estrela de tamanho médio”. A definição de conhecimento como um saber teórico ou “conhecimento proposicional”, como é comumente conhecido, é o tipo de “conhecimento” que mais cria trabalho aos filósofos. Os filósofos buscam respostas a questões do tipo: Como e quando posso dizer que sei algo? E, ao fazê-lo, como posso justificar o fato de que sei este algo? Em suma, um dos debates que são feitos em epistemologia é sobre como adquirimos e justificamos esse conhecimento proposicional.

Uma definição natural, mas que se tornará questionável, e que remonta ao *Teeteto* de Platão, afirma que conhecimento é uma crença verdadeira e justificada. A definição parece ser, à primeira vista, plausível e suficiente. Quando afirmo que “S sabe que p ”, onde S é o sujeito cognoscente e p uma proposição qualquer, parto do pressuposto que S pode fornecer uma justificação adequada para a crença de que p é verdadeiro é o caso. Assim, quando afirmo que “S sabe que “O Sol é uma estrela””, S deve ser capaz de justificar porque crê nesta afirmação. Ele deve ter uma justificativa, isto é, deve ser capaz de dizer porque acredita nesta proposição e de dar razões para a crença em p .

Outra questão que podemos levantar é se o sujeito acredita em algo verdadeiro. Quando alguém afirma saber algo, essa pessoa supõe que esta crença seja verdadeira. O sujeito não pode encarar sua crença, se supõe que se trata de um conhecimento, como uma hipótese ou possibilidade. A proposição p deve ser verdadeira. E S precisa saber que a proposição é verdadeira.

O fato de se exigir razões para uma determinada crença acaba criando alguns problemas. Nem sempre estamos certos acerca dos motivos que nos levam a crer em uma proposição quaisquer. Em algumas situações S pode estar convencido³ acerca da verdade de p e ser capaz de dar suas razões, contudo essas razões, como veremos a seguir, podem não ser adequado à justificação de p . O sujeito pode justificar sua crença em p em falsas premissas. A simples definição de que conhecimento é crença verdadeira e justificada não é suficiente para que possamos afirmar que temos explicações adequadas ao conhecimento que admitimos possuir. Alguma coisa falta à definição ou então, ela é inadequada.

A Necessidade de uma Condição ao Conhecimento

³ Neste ponto, podemos considerar a questão de se é realmente necessário ao conhecimento a existência de justificativas. Por exemplo, na afirmação “Estou com dor!” Não se espera que o sujeito S tenha em mãos as razões, necessárias a justificar sua afirmação. Não é esperado que S explique o que é sentir “dor”. De um modo geral, sentimentos (amor, fé, esperança, saudade...) parecem não necessitar de justificativas.

A necessidade de “algo mais” para a definição de conhecimento foi tratada por vários filósofos. Entre eles está o filósofo Edmund Gettier que em um artigo intitulado “*Is Justified True Belief Knowledge?*” mostrará que ter uma prova adequada da crença ou ter certeza da verdade de uma proposição p não são condições suficientes para se afirmar que o sujeito S está justificado ao dizer que sabe que p é de fato o caso. Isto porque alguém pode achar que está justificado em crer em uma proposição q ao inferi-la a partir de uma outra proposição p , que ele considera verdadeira e para a qual tem uma justificação. Contudo, isto não garante a verdade da proposição q . Para exemplificar sua afirmação, Gettier propõe um exemplo do seguinte tipo:

Exemplo 1:

Suponha a seguinte afirmação: (a) “Sofia viu Ari dirigindo um Ferrari”. Portanto, Sofia está justificada em crer na proposição p , “Ari possui um Ferrari”. Pelo princípio geral da lógica, alguém que está justificado em crer em uma proposição p , está justificado em crer em qualquer consequência lógica de p . Por exemplo, $p \vee q$, para qualquer q . Suponha que a proposição q seja: “Chove em Pequim”. Portanto, a partir de p e do princípio geral, Sofia está justificada em crer em $p \vee q$, ou seja, “Ari possui um Ferrari” ou “Chove em Pequim”.

Vamos supor agora que a proposição q é verdadeira e a proposição p é falsa. De p segue-se que “Ari possui um Ferrari” ou “Chove em Pequim” é verdadeira, portanto $p \vee q$ é verdadeira. Então, $p \vee q$ é, para Sofia, uma crença verdadeira e justificada.

Porém, Sofia não sabe que $p \vee q$. Ela não sabe que “Ari possui um Ferrari” ou “Chove em Pequim”. Não podemos admitir que a crença alegada por Sofia seja conhecimento. Isto ocorre porque, enquanto a justificação de $p \vee q$ vem da proposição p , pois ela viu Ari com o Ferrari, a verdade de $p \vee q$ vem da proposição q . Contudo, Sofia não sabe que está chovendo na cidade de Pequim nem que o Ferrari de Ari foi, na verdade, emprestado. Sofia não tem como saber qual das proposições é verdadeira ou falsa. Esquemáticamente, temos:



Exemplo 2:

Suponha que, ao observar um determinado prédio, Sofia admire um par de colunas idênticas. Contudo, ela não sabe que da posição em que está, o que ela viu foi a imagem de uma coluna refletida nos vidros de uma vitrine. Na realidade, não existe um par de colunas idênticas. De acordo com o que percebeu, Sofia afirma que no prédio há duas

colunas. Ela está justificada em acreditar que de fato existem duas colunas. Porém, sua crença é falsa. Deste modo, é possível estarmos justificados em nossa crença em proposições que, de fato, são falsas. Com isso, não podemos afirmar que Sofia sabe que existem as duas colunas observadas no prédio. Sofia não sabe que p é o caso.

Os exemplos de Gettier põem em evidência o fato de que algo mais deve ser afirmado da proposição a fim de sermos capazes de garantir que temos conhecimento. A afirmação de que a crença de S deve ser verdadeira e justificada não é condição suficiente para dizer que “ S sabe que p ”. O que ficou patente é a necessidade de se encontrar uma explicação que vincule, de maneira adequada e confiável, a crença e o fato sobre o qual se afirma algo. Esta maneira deve ser confiável e passível de ser refeita sempre que necessário. Por exemplo, suponha que S veja um objeto que é capaz de provocar um estímulo nas retinas e estas, de enviar estes estímulos ao cérebro de S . Suponha que a partir desse estímulo S possa afirmar que o objeto em questão é um “pequeno porta-lápis amarelo”. O conhecimento que surge deste processo passa a ser encarado como sendo “uma crença verdadeira apropriadamente causada”, ou seja, existe uma causa que justifique a afirmação de S . Esta afirmação baseia-se no fato de que com uma iluminação adequada meu sistema visual é devidamente estimulado e envia uma mensagem ao meu cérebro que me permite assumir que o objeto é um porta-lápis, amarelo e pequeno. Esta experiência é inequívoca, na medida em que minha acuidade visual é normal. Portanto, posso dizer que a causa da minha crença é a existência do objeto em questão em minha escrivaninha. Surge a questão de como se dará a relação entre sujeito e objeto; de qual é a maneira apropriada de um objeto causar uma crença confiável.

Para que se diga que *S* sabe que a proposição é verdadeira deve haver entre *S* e *p* uma relação apropriada. Por exemplo, de um modo geral, para que *S* possa dizer que sabe que *A* tem um Ferrari necessita, em princípio, ver *A* com o carro mencionado. Mas, como mostrou Gettier, a simples visão não é suficiente para eu dizer que sei que *A* possui um Ferrari, nem que esta afirmação é verdadeira. O sujeito *A* deve participar de um acontecimento que cause em *S* a crença de que aquele possui um Ferrari. A participação deve ser de tal modo que a crença advinda seja inequívoca. É necessário que a relação entre *S* e *A* ocorra de um modo apropriado. Caso contrário, podemos inferir que *S* de fato não sabe que *p*.

No caso da posse de um Ferrari por parte de *A*, a simples visão de *A* no volante do referido carro não é indício relevante ou razão adequada para fundamentar a crença de *S*. Já o mesmo não ocorre com a visão do meu pequeno porta-lápis. A simples visualização permite (fora às dúvidas céticas) que se diga que há um porta-lápis, amarelo e pequeno em minha escrivaninha e que esta afirmação é verdadeira. Portanto, é necessário que algum tipo de ligação possa ser estabelecida entre o sujeito e a verdade da proposição *p*. Nós devemos ser capazes de estabelecer a ligação adequada entre sujeito e proposição.

Esta explicação ficou conhecida como teoria causal do conhecimento. A relação causal entre *S* e *p* é, para muitos, o elo que faltava à definição padrão de conhecimento. Assim, conhecimento passa a ser encarado como “uma crença verdadeira, justificada e adequadamente causada.”. A explicação dada pela teoria causal do conhecimento, apesar de parecer plausível, não está livre de críticas, principalmente quando é aplicada

como explicação a possibilidade de termos (ou não) conhecimento matemático. Pelo modo como os objetos matemáticos foram definidos pelo platonismo, estes são incapazes de interagir com objetos físicos, pois não têm localização espaço-temporal e são independentes da mente e da linguagem. Pela teoria causal do conhecimento, é impossível até mesmo termos conhecimento ou, ainda, saber se, de fato, existem tais objetos matemáticos.

O Argumento de Benacerraf

Um dos mais influentes filósofos da Matemática que parte da teoria causal do conhecimento é Paul Benacerraf. No artigo *Mathematical Truth* ele expõe o que passou a ser conhecido como o “argumento de Benacerraf”. Por este argumento, ou os objetos matemáticos não são como o platonismo os definiu, ou não temos como justificar o fato de possuímos algo que denominamos de conhecimento matemático. Se os objetos matemáticos forem abstratos, então não temos conhecimento; se supomos que temos conhecimento, então os objetos matemáticos, por causarem uma crença em nós, não podem ser abstratos. Este é o dilema proposto por Benacerraf. Se não há como estabelecer a ligação entre o sujeito S e as proposições matemáticas p , então não há como justificar as condições de verdade da proposição e a crença formada em S . Segundo este argumento, se não temos como estabelecer o modo como ocorre a conexão entre o sujeito S e a condição de verdade da proposição p , então não há como dizer-se que S tem conhecimento de que p é o caso. Por esse argumento é incompreensível dizer-se que conhecemos, por exemplo, números ou conjuntos. Números

e conjuntos não são capazes de estabelecer uma relação causal com os objetos físicos ou com o sujeito S^4 .

Para Benacerraf, se os objetos matemáticos são abstratos, então não há como sustentar a afirmação de que possuímos conhecimento matemático. Não podemos dizer, por exemplo, que vemos o número “dois” em cima da mesa. É difícil sustentar o fato de que “vemos” o número 2.⁵ O argumento de Benacerraf coloca um sério desafio ao platonismo. O filósofo platônico deve explicar como podemos ter conhecimento de objetos matemáticos abstratos.

Existem autores que questionam a maneira como Benacerraf critica o platonismo. Para Hartry Field, na introdução ao livro *Realism, Mathematics & Modality* de 1989, o principal desafio do argumento de Benacerraf é explicar como cremos em proposições matemáticas e não como justificamos nossas crenças matemáticas. A questão é como podemos ter crenças confiáveis acerca de objetos abstratos. Segundo ele, “ (...) a objeção que o artigo me sugere - é prover uma razão aos mecanismos que explicam como nossa crença acerca destas entidades remotas podem tão bem refletir os fatos

⁴ Podemos pensar em estabelecer uma ligação entre a mente o sujeito S e os objetos matemáticos abstratos. Neste caso, temos que entender por “mente” algo que seja dissociado do corpo físico e com acesso a uma realidade diferente daquela do mundo físico. Recairíamos no platonismo, onde somente a mente tem acesso aos objetos abstratos.

⁵Penelope Maddy dirá que podemos “ver” um conjunto. Em seu livro *Realism in Mathematics*, ela afirma: “(...) eu tenho argumentado que conjuntos, apropriadamente entendidos, podem ser percebidos.”, (p. 67).

sobre eles. "(Field , p.26)⁶ . Deste modo, o argumento de Benacerraf seria mais sobre a confiabilidade em objetos matemáticos do que sobre a existência ou não de justificativa a partir de um tipo específico de objeto.

Mesmo levando-se em consideração um tipo de argumento da indispensabilidade, onde os objetos matemáticos existem em acordo com uma teoria matemática padrão e que são indispensáveis, tanto para a teoria quanto para aqueles que fazem uso dela, ainda assim não explicamos como podemos confiar em que temos, realmente, conhecimento de fatos matemáticos. Como, em princípio, parece impossível sair deste impasse, alguns decidem-se por recusar a idéia de que os objetos matemáticos são abstratos. Contudo, temos suficientes razões para crer em objetos matemáticos, apesar de não haverem sido devidamente tratados.

O esquema adotado por Field do argumento de Benacerraf necessita de alguns enxertos para torná-lo mais coeso. Segundo ele, são necessários quatro pontos para tornar o problema de como justificamos nosso conhecimento matemático em um problema de confiabilidade das crenças matemáticas. O primeiro ponto seria uma reformulação da afirmação de que nossas crenças matemáticas são confiáveis. Esta afirmação é tal que asseguramos quase todo exemplo matemático ao afirmarmos: "se matemáticos aceitam " p ", então p ". O segundo ponto é que um filósofo platônico precisa aceitar a reformulação da afirmação de confiabilidade. O terceiro que um platônico, ao aceitar a afirmação de confiabilidade, deve comprometer-se com uma possibilidade de explicação. Ele deve ser capaz de explicar a relação entre o estado de crença do matemático e o fato matemático

⁶ Há que se lembrar que talvez a justificção não desempenhe um papel fundamental.

“ p ”. E, finalmente, o quarto ponto seria explicar como os objetos matemáticos concebidos pelo platonismo impedem a possibilidade de se encontrar uma explicação para a confiabilidade de crenças matemáticas. Alguém deve ser capaz de mostrar que o argumento de Benacerraf (impossibilidade do conhecimento de objetos abstratos) é intransponível.

Uma possível resposta a Benacerraf: O Argumento da Indispensabilidade

Para Quine, ao aceitarmos uma determinada teoria estamos, igualmente, nos comprometendo com os objetos postulados por ela. Se para uma teoria é indispensável que um determinado objeto seja aceito, então este objeto não só existe, como pode ser conhecido. Por exemplo, se minha teoria de mundo requer “mesa”, então não posso, simplesmente, dizer que o objeto “mesa” não existe ou que não pode ser conhecido. Se aceito a teoria de que meu mundo requer “mesa”, devo aceitar o objeto que está vinculado a ela. Deste modo, para Quine, podemos ter conhecimento de objetos matemáticos, por estes serem indispensáveis à nossa melhor teoria de mundo. O fato de serem indispensáveis às teorias aceita é justificativa a nossa crença acerca dos objetos matemáticos. Se a melhor teoria de mundo aceita na atualidade, postula números e conjuntos, então não podemos negar o fato de que existem e podem ser conhecidos.

Para justificarmos a visão de mundo que possuímos, temos de considerar determinadas condições de verdade da proposição p . Supondo o argumento da indispensabilidade de Quine, segundo a qual números, conjuntos, pontos e linhas são necessários para as nossas teorias físicas, a verdade da proposição não será

considerada como sendo auto-evidente, mas como uma hipótese, da mesma maneira que as hipóteses feitas nas ciências físicas. A plausibilidade das conseqüências deduzidas a partir de hipóteses matemáticas levantadas decidiria pelo valor de verdade da proposição.

A Crítica de Field ao Argumento da Indispensabilidade

Para alguns, uma das maneiras de se resolver o problema da confiabilidade em crenças matemáticas é admitir algum tipo de argumento de indispensabilidade⁷, ao estilo de Quine. Por este argumento, como mostrado anteriormente, acreditamos em certa afirmação matemática por esta ser indispensável a um propósito determinado. A confiança em um argumento de indispensabilidade implica a confiança em um princípio de inferência à melhor explicação. Tal princípio parece ser subjacente a muitas explicações de fenômenos do mundo físico, porque dá a certeza de que temos ao menos uma possível justificação a determinado fenômeno. Suponha que um determinado fenômeno ocorra, por exemplo, o surgimento de uma mancha no tapete.

O fenômeno suscita a crença de que existe alguma coisa capaz de provocar a citada mancha. Como, por exemplo, um copo de vinho, de óleo, de água, em suma, qualquer coisa capaz de deixar um marca no tapete.

⁷ Ver p. 84 a 87.

De qualquer modo, o fenômeno possui certa complexidade e necessita ter uma explicação satisfatória. A explicação mais satisfatória do fenômeno é haver sido derramado um copo de vinho, devido ao aspecto da mancha, sua cor e odor. A aceitação desta explicação implica aceitar a existência de copos de vinho e, de tal maneira, que estamos certos não ser possível dar outra explicação ao fenômeno sem cogitar copos de vinho⁸. Nestas circunstâncias, há fortes razões para crer na afirmação de que existe um copo de vinho e que este foi entornado no tapete. O princípio de inferir à melhor explicação é muito mais utilizado do que se imagina. Usamos este princípio em nosso cotidiano ao supormos explicações para diversos acontecimentos. Com isso, aceitamos ao menos uma explicação do fenômeno sob exame. Como, por exemplo, ao encontrarmos o chão do quintal molhado de manhã. A melhor explicação é que tenha chovido durante a noite. A inferência à melhor explicação causa crenças que podem ser verificadas pela simples observação. A partir da observação de uma poça de água inferimos a ocorrência de chuva como sendo a melhor explicação. Este princípio não garante que a explicação dada ao fenômeno seja a correta. Em um grupo de possíveis explicações, aceitamos aquela que melhor justifica o fenômeno. Por exemplo, no caso da poça de água, a explicação correta seria uma infiltração provocada por um cano furado, porém o acúmulo de água da chuva mostrou, dadas as circunstâncias conhecidas ser a mais adequada. A explicação dada mostrou ser a que melhor se pode inferir sem se fazer testes ou experimentos para comprovação. O princípio de inferência propõe uma explicação viável

⁸ No caso em questão, poderíamos pensar na possibilidade de ser suco de uva. De qualquer forma o que importa é que a explicação dada cumpre com a sua finalidade. Ela proporciona uma explicação satisfatória, em concordância com os dados existentes, ao fenômeno abordado.

àquelas questões onde não é possível verificar através da simples observação as suas causas. No caso da poça de água, é possível fazer a verificação da existência de um cano furado ou de um lençol freático. Mas o que dizer acerca de objetos que não podem ser observados, como as partículas atômicas? Nestes casos, temos que confiar no princípio, crendo em algo que está além das observações feitas. O princípio de inferência da melhor explicação se torna desnecessário quando existe um modo de testar a afirmação que julgamos ser indispensável para a formação de uma explicação acerca do fenômeno.

Para alguns, existe a necessidade de se impor uma limitação ao princípio de inferência à melhor explicação, mantendo a sua esfera de ação apenas ao que pode ser observado. Neste caso, não poderíamos utilizar como explicação objetos como partículas atômicas, já que estas não podem ser observadas diretamente. O princípio ficaria restrito às afirmações que podem ser testadas por meio da observação. A introdução de uma limitação ao princípio pode causar o enfraquecimento da crença em objetos observáveis, pois há crenças baseadas na observação, mas que dependem da crença em objetos que não podem ser observados. Algumas teorias da física, por exemplo, necessitam de objetos que não podem ser observados, mas que são aceitos como explicação de alguns fenômenos. Agora, estes objetos não podem ser observados diretamente. O estabelecimento de limites ao princípio de inferência à melhor explicação acabaria por enfraquecer muitas das teorias que tratam dos próprios objetos observáveis. A física se veria privada de muitas de suas explicações a fenômenos diversos e que ocorrem no mundo físico, já que as crenças originadas destas explicações foram conseguidas de maneira indireta. Por exemplo, supõe-se que a água é a combinação de dois átomos de

hidrogênio e um de oxigênio. Com base nesta formulação, os químicos explicam como será o comportamento da água comum em vários experimentos, sendo capazes de prever até uma possível reação. Contudo, qualquer afirmação que possa ser feita a respeito do comportamento de uma porção de água reside no fato de se acreditar que ela possui, em qualquer circunstância, átomos de hidrogênio e oxigênio em determinada proporção e, por conta disso, obedecer a determinadas leis físicas. Mas ninguém ainda foi capaz de ver os elementos que compõem a água. A postulação de partículas atômicas dá uma descrição do mundo que nos permite entender os mecanismos e as leis que o regulam e regem a Natureza em nosso redor tornando nossas crenças acerca do mundo mais confiáveis.

A questão posta por Field ao princípio de inferência da melhor explicação é se podemos usá-lo no campo da Matemática, isto é, se podemos passar do mundo físico, onde este se mostra bastante útil, para o mundo matemático, sem lhe fazer qualquer objeção. Será, segundo Field, que o mesmo método que nos faz crer em objetos físicos que não são observáveis, pode ser utilizado como justificativa para as crenças que possuímos em números e conjuntos? Pelo princípio de inferência da melhor explicação podemos encontrar a afirmação que tornaria possível explicar nossa crença em objetos matemáticos, como números e conjuntos?

Algumas teorias físicas estão comprometidas com a existência de partículas elementares da matéria, assim como de números, conjuntos e funções. Contudo, não é por se admitir a existência de boas razões para crermos em partículas elementares na física que podemos fazer o mesmo com relação a números. A confiança na Matemática não é, segundo Field, o resultado da confiança em leis físicas. Esta observação vai de encontro

ao argumento da indispensabilidade como postulado por W. V. Quine. Isto porque, existem explicações na física que postulam objetos matemáticos que os tornam essenciais. Para podermos explicar alguns fenômenos físicos é que a postulação de objetos matemáticos se torna necessária. Por exemplo, são necessários números para se explicar algumas características da água.

Field levanta dois pontos em relação ao argumento da indispensabilidade. Um dos pontos é que uma parte das teorias físicas podem ser justificadas sem um comprometimento com números, funções e conjuntos. Segundo ele, a busca deste tipo de teorias físicas seria um modo de se avaliar melhor o papel que cumpre a Matemática no mundo físico, dada a peculiaridade de seus objetos em comparação aos físicos. Isto porque, no seu entender, o papel que os objetos matemáticos cumprem na explicação de um fenômeno físico é bem diferente daquele desempenhado pelos próprios objetos físicos no interior da mesma. Os objetos físicos são considerados agentes causais dos fenômenos e, portanto, desempenham um papel causal nas explicações acerca do fenômeno estudado. Os objetos matemáticos são, em princípio, não-causais. Eles não interagem de modo algum com os demais objetos físicos envolvidos na explicação do acontecimento. Apesar de números e funções fazerem parte das explicações sobre o comportamento dos átomos da água, eles não interferem no modo como os átomos da água se comportam.

A dificuldade em tornar inteligível o papel que os objetos matemáticos cumprem nas explicações de fenômenos físicos pode levar a se considerar restrições ao princípio de inferência da melhor explicação. Podemos passar a acreditar apenas naqueles objetos

que são postulados como sendo causais. Neste cenário, objetos como os matemáticos, que são considerados não-causais, não seriam aceitos como críveis, visto não existir uma boa explicação onde eles desempenhem um papel causal. Neste caso, segundo Field, ao definirmos as propriedades de objetos físicos teríamos que fazê-lo sem levar em consideração qualquer objeto matemático ao expressarmos essas propriedades, ou seja, os objetos matemáticos deveriam ser eliminados das explicações das propriedades de objetos físicos. Adotar tal posição seria o mesmo que adotar uma posição platônica em relação aos objetos físicos sem, em contrapartida, assumi-lo, em se tratando de objetos matemáticos. Segundo esta posição, os objetos físicos não-observáveis existiriam; já os matemáticos, que são não-observáveis como as partículas sub-atômicas, não existiriam⁹.

O outro ponto acerca do argumento da indispensabilidade, que considera a Matemática como sendo necessária para as aplicações no mundo físico, é que este deve não somente justificar nossas crenças em objetos matemáticos, mas a confiança que temos neles. A razão que alguém poderia dar, de acordo com Field, é de que se a Matemática é, de fato, indispensável para as leis físicas, então “(...) se os fatos matemáticos são diferentes, deveriam derivar de uma mesma lei física (matematizada) conseqüências empíricas diferentes” (Field, 1989, p. 28). Neste caso, os fatos

⁹ Devemos esclarecer que segundo a teoria de Field, os objetos matemáticos existem como os personagens de um conto, existem. Eles não são considerados essenciais a explicação de fenômenos físicos. Ao se retirar os números das ciências restaria a Matemática pura.

matemáticos seriam empiricamente relevantes. O conjunto formado pela união da Matemática com a física ao produzir conseqüências confiáveis do ponto de vista empírico justificaria as crenças, tanto na Matemática quanto na Física. Caso surgissem conseqüências que se mostrassem pouco confiáveis, então as crenças em um dos membros do conjunto - Matemática ou Física - não seria confiável. A maior parte das dúvidas cairiam sobre a Matemática, pois as crenças físicas são passíveis de serem contestadas empiricamente. Os objetos físicos estabelecem relações causais que podem ser verificadas. Deste modo, caberia à Matemática o ônus da formação de crenças não confiáveis.

Para Field, o argumento da indispensabilidade não é uma resposta ao problema epistemológico posto por Benacerraf. O argumento de Quine pode dizer algo sobre a justificação das crenças matemáticas, não sobre a confiabilidade nessas crenças. Um platônico pode utilizar o argumento da indispensabilidade como explicação para a confiança que depositamos em fatos matemáticos, levando em consideração o papel de julgamentos plausíveis inicialmente. Quando um matemático assegura, no âmbito da geometria euclidiana, que por “dois pontos passa uma reta”, ele o faz com a certeza de que tal fato não será contestado. Não há como desconfiar de tal afirmação. É de domínio geral que se há dois pontos, então é possível construir-se uma reta. Até mesmo por uma questão de supremacia do conhecimento do matemático em relação ao nosso, somos levados a concordar com ele. Quando admitimos, por exemplo, que $2 + 2 = 4$ ou que os ângulos internos de um triângulo somam 180° , ou que a união dos elementos de um conjunto com seu complementar formam o todo, estamos aludindo a afirmações que são

plausíveis inicialmente, ou seja, que não necessitam de outra justificativa a não ser sua própria evidência para serem aceitas.

Um platônico que considera este tipo de argumento como explicação da confiança que temos em algumas afirmações matemáticas, não levaria em consideração o fato, segundo Field, de que as afirmações tidas como plausíveis inicialmente não o são de maneira “pura”, ou seja, elas não são plausíveis por razões intrínsecas à Matemática. A plausibilidade é dada por outras disciplinas. Algumas afirmações são plausíveis por derivação lógica, percepção empírica, analogia com afirmações da física ou derivadas de outras teorias. Um exemplo, retirado de Field, é que “entre quaisquer dois números reais existe outro número real”. Ninguém contestaria (a não ser, talvez, um cético) ou procuraria argumentos que justificassem esta afirmação. Contudo, esta situação deriva de uma afirmação que leva em conta relações no espaço físico. Para qualquer um é natural aceitar o fato de que entre dois pontos de uma reta, existe um outro ponto. Deste modo, fica igualmente natural se aceitar a afirmação matemática acima, pois esta mantém uma associação com a afirmação sobre os pontos em uma reta.

Esta linha de pensamento leva à identificação de uma analogia entre os julgamentos do mundo físico, baseados na percepção, e o julgamento de plausibilidade inicial na Matemática. As dúvidas em se tomar esta linha de pensamento surgem do fato de que existe uma diferença entre a percepção e o julgamento que fazemos da percepção. Nenhuma prática perceptiva é considerada inquestionável, principalmente quando existe um modo acessível de se verificar tal prática. O mesmo não se pode dizer dos julgamentos de plausibilidade em Matemática. Não há como se contestar um

juízo cuja aceitação os matemáticos consideram natural. Nossas práticas perceptivas, pelo contrário, podem ser contestadas e alteradas. Se uma prática oferecer resultados melhores sobre algum fenômeno físico, então as alterações devem ser feitas tornando a nova prática perceptiva aceita, em detrimento da anterior, tornada menos confiável quanto a fornecer resultados mais simples ou econômicos.

Além do problema da analogia com os julgamentos perceptivos, ainda cabe ao platônico explicar como adquirimos o conhecimento de que determinados julgamentos matemáticos são plausíveis. Eles devem poder explicar como podemos ter confiança de que tais julgamentos matemáticos são independentes de qualquer argumento. A resposta provável de um platônico seria apelar a uma faculdade especial, que permite o acesso direto às afirmações inicialmente plausíveis. Para Field, esta forma de responder à questão da confiabilidade em julgamentos inicialmente plausíveis não passa de um ato desesperado. De qualquer modo, segundo ele, não será este tipo de argumentação que permitirá ao platonismo desfazer o problema que lhe foi posto pelo argumento de Benacerraf.

Uma Resposta a Benacerraf: O Nominalismo de Field

Um dos modos, segundo Field, de se resolver o problema epistemológico é levar a cabo o programa de nominalização, suprimindo os números das Ciências Físicas. Por este programa, apenas uma parte da Física - a mecânica quântica - não poderia deixar de se utilizar dos números em suas explicações. Assim, apenas uma parte da Matemática

sofreria com os problemas de confiabilidade, pois não participaria das Ciências físicas e não teria que explicar o papel que cumpre no interior de teorias causais.

Deste modo, segundo Field, não será através do argumento da indispensabilidade, mesmo associado a julgamentos plausíveis inicialmente, que se poderá fazer frente ao problema que o argumento de Benacerraf impôs ao platonismo, mas pela adoção de uma posição ficcionalista. Esta linha de pensamento assegura que as teorias matemáticas são como a literatura de ficção, onde números e conjuntos seriam tão plausíveis quanto os personagens fictícios de contos ou romances. No interior desta versão filosófica não existe o problema de se explicar o que sejam os objetos matemáticos, nem de se contestar se possuímos conhecimento matemático. A crença na existência de objetos matemáticos e a confiança nas afirmações matemáticas dependem exclusivamente da “história” contada. A verdade de objetos e afirmações são internas à própria Matemática e às circunstâncias em que são usadas. O ficcionalista não está comprometido com encontrar procedimentos que tornem tais afirmações verdadeiras. Dizer que “ $2 + 2 = 4$ ” é, para o ficcionalista, o mesmo que dizer “O Chapeleiro Maluco vive no País das Maravilhas”. Do mesmo modo que aceitamos que há, na fábula, um Chapeleiro Maluco que vive no País da Maravilhas, assim, $2 + 2 = 4$, também é crível, devido ao que diz a “história” Matemática. Os resultados obtidos pela Matemática se devem ao fato de ela ser uma “boa história”. Visto deste modo, o ficcionalista deixa de considerar tanto o problema causal do conhecimento quanto a natureza dos objetos matemáticos. A questão causal do conhecimento fica restrita ao mundo físico onde, a não

ser no caso de uma posição cética, não existe nenhum problema em se exigir uma relação causal entre sujeito e objeto. Ambos - sujeito e objeto - são concretos e se mantiverem as condições necessárias para que o contato entre eles se estabeleça, ou seja, se eles estiverem em uma situação¹⁰ onde não seja possível nenhuma dúvida quanto à natureza do objeto perante o sujeito, então não haverá motivos para se duvidar, por exemplo, de que o sujeito S vê uma árvore em frente à sua janela. Além disso, ao encarar os números como construções mentais, descarta-se o problema de se ter que explicar que tipos de objetos são os números e de como eles interagem com o sujeito cognoscente.

Com seu projeto, Field resolveria o problema da confiabilidade, pois a eliminação dos números da Ciência significa a eliminação dos objetos abstratos do âmbito da Matemática, com isso mantemos apenas os objetos não abstratos. Em condições normais não existe problema de confiabilidade em afirmações do tipo “o chão está molhado”. A questão que fica é saber se Field, ao eliminar os objetos abstratos da Ciência não estaria, na verdade, trocando por um outro tipo de abstração. Por exemplo, podemos utilizar o “mouse” ou teclas de atalho para realizar algumas das funções em um programa. A adoção de um ou outro dependerá de critérios (ou gostos) particulares. Mas, ao final, ambos desempenham a mesma função - permitir o acesso a funções do programa. Portanto, a escolha de um deles não altera o fato de que programas de computador têm meios diferentes de acesso às suas funções. No caso da Matemática, objetos abstratos,

¹⁰ A situação seria aquela onde são descartadas todas as possíveis objeções céticas, ou seja, o objeto não é uma ilusão ou está sob iluminação insuficiente.

como números ou um outro tipo qualquer, não altera o fato de que a Matemática possui algum tipo de abstração.

Para poderem afirmar que temos conhecimento matemático, os filósofos da Matemática terão que solucionar o problema posto pelo argumento de Benacerraf. Alguns partirão da contestação da natureza dos objetos matemáticos, outros da necessidade do estabelecimento de uma relação causal entre sujeito e objeto matemático. Portanto, para alguns filósofos a questão não é a natureza dos objetos matemáticos, mas a aplicabilidade da condição causal no campo matemático. Para estes, a condição causal é considerada como sendo falsa ou, no mínimo, indevidamente aplicada. Neste âmbito podemos considerar o artigo *Platonism and the Causal Theory of Knowledge* de Mark Steiner.

A Aplicabilidade da Condição Causal

No artigo mencionado acima, Steiner parte do fato de que o platonismo não é uma doutrina única e que a teoria causal deve ser reformulada em se tratando do campo matemático. Segundo ele, existem duas doutrinas distintas de platonismo, a ontológica e a epistemológica, sendo que uma não deve ser confundida com a outra. A parte ontológica do platonismo descreve os objetos dos quais a Matemática se ocupa. Estes objetos são considerados reais, imateriais e infinitos, apesar de se referirem a corpos materiais finitos. Agora, até que se prove o contrário, ninguém duvida da verdade das afirmações matemáticas. Para o platônico, estas afirmações são verdadeiras justamente porque

descrevem objetos matemáticos reais, imateriais e infinitos. Portanto, segundo Steiner, argumentar sobre a viabilidade do platonismo ontológico é o mesmo que argumentar sobre a verdade dos axiomas matemáticos.

O platonismo epistemológico discute sobre o modo como atingimos o conhecimento dos objetos matemáticos. Para alguns platônicos, o conhecimento matemático é questão de uma faculdade que está além da percepção e que permite um tipo diferente de relacionamento entre o sujeito e a realidade. Esta faculdade desempenharia, na Matemática, um papel semelhante ao desempenhado pela percepção. Do mesmo modo que, em condições normais¹¹, o sujeito pode afirmar que viu uma árvore e considerar esta afirmação como uma explicação do estímulo sensorial sofrido, ele pode afirmar que os objetos e axiomas matemáticos explicam os dados obtidos por esta faculdade.

As críticas ao platonismo atingem tanto a parte ontológica quanto a epistemológica. Se os objetos matemáticos não existem, então os axiomas matemáticos não podem ser verdadeiros; por outro lado, se eles existem como objetos aquém da corrente causal, então os axiomas matemáticos são incognoscíveis. As teorias que tratam do conhecimento admitem que, para se dizer que alguém sabe algo, este algo deve ser a causa do conhecimento dessa pessoa. Assim, para dizer que sei que uma árvore caiu em meio a uma floresta, devo ver, no mínimo, a árvore caída. A árvore deve causar o conhecimento de sua queda. O problema do platonismo é que os objetos matemáticos

¹¹ Exclui-se toda e qualquer objeção cética, ou seja, o objeto existe de fato e pode ser percebido pelo sujeito sem nenhum tipo de interferência.

não desempenham um papel causal no mundo. Além disso, não é capaz de explicar como se dá a ligação entre nossas faculdades cognitivas e os objetos matemáticos. Como aceitar um conhecimento que não pode ser adequadamente associado à nossa faculdade cognitiva? Visto por este ângulo, o platonismo enfrenta um sério dilema. Se aceitarmos os objetos matemáticos como abstratos e a teoria causal como sendo verdadeira, então devemos aceitar que as proposições matemáticas são incognoscíveis. Porém, segundo Steiner, não podemos ser tão ingênuos e aceitar estas afirmações sem a devida análise.

Ele busca uma formulação da teoria causal do conhecimento que, ao tentar mostrar a inviabilidade do platonismo, seja firmada sobre princípios aceitos indiscutivelmente. Atendo-se à parte da teoria causal do conhecimento que expõe as condições que são necessárias ao conhecimento, Steiner apresenta várias formulações que permitiriam avaliar até que ponto a teoria causal pode ser estendida e aplicada ao conhecimento matemático. Isto porque a aplicação da teoria causal do conhecimento à interpretação platônica do mundo e, em particular, dos objetos matemáticos não permite que afirmemos que temos conhecimento acerca de números, funções ou do mundo.

Na interpretação de Steiner, a teoria causal do conhecimento pode ser reescrita da seguinte maneira:

“Alguém não sabe que p a menos que p cause este conhecimento (ou crença) que p .” (Steiner. 1973, p.59)

Por exemplo, alguém sabe que "o céu é azul" é verdadeiro se e somente se o céu é azul. Esta reformulação não diz nada acerca de p e pode ser considerada a mais ingênua e inadequada. A primeira possibilidade de formulação se mostra inadequada, pois confunde a proposição p quanto ao uso e menção.

A segunda reformulação de Steiner é a seguinte:

"Alguém não sabe que p a menos que o fato que p cause a alguém o conhecimento (ou crença) que p ." (Steiner. 1973, p.59)

A segunda reformulação esbarra na questão de definição do que seja um fato. Esta reformulação não considera a dificuldade de se "formular um critério de identidade para "fatos"."(Steiner. 1973, p.59). No entender de Steiner, para que se possa aceitar "o fato que p " como causa do conhecimento, é necessário, primeiramente, mostrar se "fatos" existem. Se eles existirem, os filósofos que aceitam a segunda reformulação devem explicar que tipo de objeto são os "fatos". Para que "fatos" possam causar o conhecimento eles precisam ser concretos. É de conhecimento que os "fatos" não possuem um corpo material. Logo, assim como os objetos matemáticos, "fatos" não podem causar qualquer tipo de conhecimento. O conhecimento se torna impossível se entendermos que a segunda formulação é verdadeira. Além disso, para alguns filósofos, "fatos" não existem, mas dependem de algo; eles derivam de alguma situação. Por exemplo, considere-se a disposição de alguns objetos em uma mesa. O "fato" surge do arranjo destes objetos, mudando-se o arranjo, muda-se o "fato". Os "fatos" não surgem por si, mas dependem de como os objetos estão organizados em cima da mesa. A questão é identificar qual é o fato que causa a crença. A simples percepção pode não ser suficientemente capaz de

produzir uma crença, pelo contrário, a percepção pode causar uma crença totalmente contrária à realidade. Por exemplo, um observador pode considerar que a “estrela - da tarde” é uma estrela distante quando, na verdade, é um dos planetas do sistema solar. Neste caso, se faz necessária uma gama de “fatos” diferentes, que permitam a admissão de crenças contrárias à percepção. Não há como mostrar que o “fato que p” existe de modo a poder causar algum conhecimento como é exigido na teoria causal do conhecimento. Não há como se individualizar o “fato” que causa a crença. Mesmo que seja levada em consideração a maneira como o fato participa da explicação do porquê o sujeito sabe que p.

Uma terceira reformulação possível, segundo Steiner será:

“Alguém não pode saber que a frase S é verdadeira, a menos que S deva ser usada em uma explicação causal do conhecimento (ou crença) de que S é verdadeira.”(Steiner. 1973, p.60)

Para Steiner, esta reformulação, na verdade, permite o platonismo, pois uma frase em Matemática deve, necessariamente, se referir a uma outra frase. Por exemplo, a teoria dos conjuntos deverá conter axiomas da teoria dos números. O que causa fará parte da explicação, visto que entrará na explicação de por que “sabe que p”. Suponha a afirmação “o carro bateu, porque a rua estava molhada”, a explicação do motivo da batida deverá levar em consideração a rua molhada. Neste caso, a causa do acidente aparecerá em qualquer explicação que se formule acerca do que se sabe sobre o carro. Esta reformulação, segundo Steiner, não avança quanto à solução do problema epistemológico deixado pelo platonismo. Pelo contrário, da maneira como a reformulação foi feita, torna-se impossível afirmar a teoria causal do conhecimento.

Para Steiner a versão mais plausível seria:

“Alguém não pode saber algo sobre F 's, a menos que este conhecimento (crença) seja causado por ao menos um evento em que ao menos um F participe.” (Steiner. 1973, p.62)

A questão recai sobre o fato de que objetos matemáticos não podem participar de qualquer evento, pois não possuem localização espaço-temporal. Contudo, eventos podem ser considerados como condições para outros eventos, por exemplo, as marcas de pneu no solo podem causar a crença de que um carro derrapou, mesmo que não se tenha visto ou participado do ocorrido. As marcas deixadas testemunham um evento, e este é condição para a formação da crença no evento anterior (o acidente com o carro) que não foi presenciado pelo observador. O evento das marcas do pneu se torna parcialmente responsável pela crença originada no observador.

Uma alternativa é se admitir que eventos que se ligam aos objetos causam a crença. Por exemplo, a “propagação de ondas sonoras causa em nós a crença de que há tambores”. Sem o evento das “ondas sonoras” poderíamos não saber sobre tambores. Deste modo, todo objeto participa de algum tipo de evento que permite que saibamos ou criemos crenças sobre eles. Eventos adequados possibilitam que conheçamos todo e qualquer objeto. Como objetos matemáticos não possuem localização espaço-temporal, não podem participar de qualquer evento que permita a formação de crenças em nós. Assim, os objetos matemáticos são ou incognoscíveis ou não existem. Contudo, como determinar qual evento é o causador inequívoco da crença? Podem ocorrer eventos que

são condições para que eventos causem as crenças em nós. Casos em que o objeto da crença não existe há muito tempo pode deixar traços que levam a formação da crença em sua existência. Os sítios arqueológicos estão cheios destes tipos de eventos. As impressões fossilizadas de pegadas, partes de animais ou plantas são os testemunhos de que uma certa espécie de animal ou planta pode ter existido, mesmo sem nunca ter sido objeto da percepção sensorial dos arqueólogos. As crateras causadas por queda de meteoros, por exemplo, podem causar a crença de que tal evento ocorreu em algum momento, mesmo não existindo o causador de tais marcas. Um geólogo formaria a crença de que existiram corpos celestes que atingiram a superfície do planeta. O corpo celeste em questão não participa diretamente da formação da crença do geólogo, pois não existem mais elementos materiais de tal corpo. Apesar deste corpo celeste ser uma condição para que a crença seja formada, a sua utilização em uma possível explicação ao surgimento da tal cratera, atuaria como uma justificativa a uma parte da crença formada a partir deste evento.

Com as reformulações da teoria causal do conhecimento Steiner conclui que a versão mais generalizada da teoria, no caso a terceira, é compatível com o platonismo, pois negá-lo seria admitir que as afirmações matemáticas não podem ser conhecidas se forem verdadeiras. Já a versão quatro torna impossível o conhecimento, pois se restringe à escolha arbitrária de partes do conhecimento, que possam ser capazes de fomentar algum tipo de crença. Por exemplo, no caso das marcas de borracha no solo, escolheu-se um evento capaz de deixar tal marca, contudo este pode não ser o evento causador das marcas. De um rol de possíveis explicações, se escolheu uma. No entender de Steiner este fato é suspeito, pois não se pode saber ao certo qual é o evento causador do

conhecimento. A teoria causal é limitada a uma “ (...) escolha arbitrária de um sub-conjunto de nosso conhecimento”(Steiner, 1973, p. 63). Deste modo, Steiner tentou mostrar que a teoria causal do conhecimento pode ser considerada compatível com o platonismo, desde que aceitemos justificar parte do conhecimento a partir de uma explicação causal. Caso contrário, se aceitamos a condição causal no campo da Matemática, devemos renunciar à possibilidade de dizer que possuímos algo como conhecimento matemático.

Em suma, a questão da causalidade no âmbito da Matemática está longe de ser devidamente avaliada. A aceitação da condição causal provocaria à Matemática tantos problemas quanto a aceitação do aspecto abstrato dos objetos matemáticos. O matemático não se preocupa com a existência ou não de números ou conjuntos. Não faz parte de seu trabalho a análise da natureza dos seus objetos de estudo. Para ele, o que importa é a descoberta ou desenvolvimento de novas áreas da realidade matemática, a resolução de antigos problemas. Em princípio, um matemático é um platônico, pois do mesmo modo que um astrônomo estuda os corpos celestes, o matemático estuda os números, que para ele são tão reais quanto os corpos celestes são para o astrônomo. Contudo, não podemos deixar de nos perguntar que tipo de objetos são os números. Um astrônomo pode discorrer as várias particularidades de um determinado corpo celeste, de tal modo que podemos saber como foi obtido o conhecimento a respeito do corpo em questão. Já se perguntarmos a um matemático como podemos ter conhecimento em Matemática, ele provavelmente ficará em dúvida sobre o que responder.

De um modo geral, conhecimento é uma crença verdadeira e justificada, contudo o sujeito do conhecimento deve ser capaz de dar os fundamentos que o fazem crer em

determinada afirmação. Os exemplos do tipo dado por Gettier mostram que nem sempre é possível justificarmos adequadamente nosso conhecimento. Nem sempre é possível ligar a crença na afirmação p à verdade da própria afirmação p . A questão é como podemos ligá-los. Mas, se admitimos a necessidade da relação causal, como uma maneira de fazer a ligação entre objeto e sujeito, ficamos com a tarefa de explicar como temos conhecimento matemático. O problema, portanto, não será resolvido aceitando-se, pura e simplesmente, a teoria causal. Por outro lado, também não se resolve a questão da existência do conhecimento matemático atacando-se o caráter abstrato de seus objetos. A questão é buscar um modo de se conectar a verdade das afirmações matemáticas com a justificação da sua crença.

Esta será a questão que poderemos perceber ao longo do trabalho de Penelope Maddy em *Realism in Mathematics*. Ela buscará justificar o conhecimento matemático trazendo os objetos matemáticos, nas suas palavras, "(...) para o interior do mundo que nós conhecemos e entrando em contato com nosso aparato cognitivo conhecido." (Maddy, 1990, p.48). Deste modo, viabilizando a necessidade de uma relação causal entre sujeito e objeto matemático e, em contrapartida, a existência de conhecimento. Primeiramente, ela avaliará o papel da percepção, tentando adaptá-lo ao campo matemático e, em seguida, o possível papel que cumpriria a intuição, em um cenário que aceita a percepção de objetos matemáticos do mesmo modo que os objetos físicos. Isto porque, na averiguação da percepção, ela chegará à conclusão de que há a necessidade de algo mais que possa fazer a ponte entre o objeto percebido e o sujeito a fim de permitir o conhecimento. A percepção de conjuntos pode dar uma resposta à questão posta por Benacerraf, quanto à impossibilidade de ter-se conhecimento de objetos matemáticos,

mas não quanto ao fato de serem acessíveis epistemicamente. Por exemplo, como podemos saber que umas quantidades qualquer de objetos podem ser dispostas em um ou vários diferentes conjuntos? Estas são algumas das questões que P. Maddy tentará responder e que analisaremos em seguida. Mas, antes, vamos avaliar mais detidamente a filosofia de Quine, já que ela cumpre um importante papel na filosofia de P. Maddy.

IV

O NATURALISMO DE QUINE O ARGUMENTO DA INDISPENSABILIDADE NA FILOSOFIA DA MATEMÁTICA

Realismo

O realismo é a tese que afirma a existência de objetos, relações ou propriedades independentes da mente ou da percepção do sujeito. Eles não são criações da mente, sendo independentes da linguagem, de conceitos, de teorias e do sistema cognitivo do sujeito. A discussão entre realista e não-realistas ocorre em assuntos do tipo: existem objetos teóricos como quarks ou fótons? Existem objetos abstratos como números, pontos, conjuntos? Existem valores morais? Existem o tempo e o espaço como entidades objetivas? Passado e futuro são construções mentais criadas para organizar nossas percepções espaciais ou existem objetivamente?

Para o realista, objetos como átomos ou pontos existem em um mundo que contém átomos e pontos, e o conteúdo deste mundo não depende de modo algum das concepções dos sujeitos. O mundo é como é e não depende do que é pensado sobre ele. Por exemplo, todos somos realistas acerca de árvores e acreditamos que estamos em um mundo que contém árvores independentemente de pensarmos, falarmos ou percebermos elas. Agora o que podemos dizer acerca de “óvnis”? Será que vivemos em um mundo onde a existência destes objetos é independente de nossa percepção ou pensamentos? Existem vários relatos de observação de “óvnis”, onde estes são descritos em todos os pormenores, porém não estamos certos sobre a veracidade desses relatos. Estes podem ser verdadeiros ou ser resultado de problemas visuais até mentais. Alguém pode realmente ter observado um “óvni”, contudo não há provas contundentes, como a queda de um “óvni” no meio da Praça da Sé, que permitam a afirmação de que vivemos em um mundo que contém objetos como “óvnis”, mas também não há provas em contrário. Diante da falta de certeza acerca da existência ou não de “óvnis” podemos adotar duas posições. Nós podemos alegar que não existem “óvnis” de espécie alguma neste mundo e que as supostas observações são erros de acuidade visual ou de percepção. O sujeito pode ter visto um balão ou um satélite em baixa órbita. Outra posição é achar que na falta de maiores informações e pesquisas acerca dos “óvnis” não podemos afirmar a sua não existência, contudo com os dados obtidos até agora não existem razões suficientes para se crer na sua existência. Seria o mesmo que dizer que não acredito em “óvnis”, mas eles bem podem existir no presente mundo.

Deste modo, para um não-realista não é racional acreditar em objetos independentes da mente ou da percepção, pois não há indícios de que eles realmente não

dependente do sujeito cognoscente ou que não fazem parte do mundo da percepção sensorial. Caso o mundo comporte objetos independentes da mente ou da percepção fica o problema de se explicar como podemos saber algo acerca destes objetos ou mesmo representá-los através da linguagem ou da mente e como podemos confiar nas representações que fazemos deste mundo.

Para o realista é possível representar o mundo de modo confiável. A Ciência se incumbiria de nos dar a melhor representação que podemos ter do modo como o mundo é, como se comporta e quais são as representações que melhor a expressão - nossas melhores teorias científicas nos dizem como o mundo é e quais são os objetos que ele comporta. Existe uma correlação entre o mundo e a representação feita pela teoria científica. Assim, quando um realista científico afirma que os prótons são formados por *quark*, ele está falando do conteúdo e comportamento da matéria independentemente do que se pense acerca dela. A pergunta a ser feita é se podemos confiar (ou não) na existência de uma correlação entre a teoria proposta e a realidade.

Realismo na Matemática

O matemático realista acredita que os objetos matemáticos existem e são independentes da mente e da linguagem. Para o matemático que adota a posição realista ou platônica, a Matemática é a Ciência que estuda objetos que existem objetivamente tanto quanto a física é a Ciência que estuda objetos físicos. Toda e qualquer afirmação matemática é verdadeira ou falsa independentemente de nossa habilidade em determiná-

las. A verdade ou falsidade das afirmações matemáticas dependerá somente das propriedades dos objetos matemáticos. Isto se deve ao fato de que, para o platônico, os objetos matemáticos são considerados abstratos - fora do tempo e espaço físico, sendo eternos e imutáveis - em outras palavras, os objetos matemáticos não estabelecem relações causais, pois não são encontrados no mundo das experiências sensíveis. A pergunta é como podemos ter conhecimento acerca de tais objetos?

O conhecimento de objetos matemáticos é considerado como sendo *a priori*, portanto não contingente, certo e necessário. Isto porque a experiência física diz apenas como a realidade é e não como deve ser. Os sentidos mostram apenas o mundo mutável das experiências sensíveis. Este modo de considerar a Matemática é resultado da teoria platônica das Idéias. Segundo esta teoria, os objetos físicos participariam da realidade das Idéias. Por exemplo, um triângulo pode ser reconhecido como tal por participar da Idéia de triângulo. O sujeito é capaz de reconhecer os objetos abstratos por meio de uma intuição intelectual, algo como uma visão da razão. Estes se revelariam de maneira inconfundível por serem constituídos da mesma natureza que o intelecto. A mente seria construída de modo a poder perceber os princípios matemáticos, acima de qualquer dúvida, como sendo verdadeiros. Deste modo, o platonismo pode explicar como objetos tidos como abstratos têm algo a dizer de objetos físicos.

Esta interpretação do campo matemático e dos objetos que o constituem deu margem ao surgimento de várias teorias anti-realistas que tentaram sanar as dificuldades postas pelo platonismo clássico. Em contrapartida, ainda existem correntes da filosofia da Matemática que tentam encontrar respostas aos problemas ontológico e epistemológico

sem abandonar de todo a teoria platônica. Uma destas correntes é o naturalismo esboçado por Quine.

Naturalismo

O naturalismo é considerado um conjunto de princípios onde Filosofia e Ciência estão no mesmo plano. No dizer de Quine: “Há assim um envolvimento recíproco, ainda que em sentidos diferentes: o da epistemologia na Ciência natural e o da Ciência natural na epistemologia.”(1975, p. 171) . Não existem privilégios entre Filosofia e Ciência, já que a Filosofia não é encarada como sendo o meio capaz de estabelecer os fundamentos primeiros da Ciência. Para Quine: “Estamos em busca de uma compreensão da Ciência enquanto instituição ou processo no mundo, e não pretendemos que essa compreensão seja melhor do que a Ciência que é seu objetivo.”(Quine, 1975, p.171). Esta doutrina baseia-se em um profundo respeito à metodologia científica. A Ciência é, portanto, a única capaz de responder questões sobre a natureza das coisas. A maneira como estas respostas serão dadas dependem exclusivamente de métodos inerentes à Ciência. Ao filósofo naturalista cabe, portanto, o estudo da Ciência a partir da própria Ciência. Não lhe cabendo fazer críticas ou buscar por fundamentos que estejam além da observação ou que utilizem métodos que não sejam o hipotético-dedutivo. A Ciência é o único ponto de vista que pode ser oferecido e é o melhor que temos. O naturalismo exclui todo método não-científico de determinação de nossas crenças. Por exemplo, a crença na existência de “óvnis” é descartada, pois não existem meios científicos de prová-la. Nenhum método de justificação extracientífico é convincente ou aceito pelo naturalismo. Cabe a Ciência dar

respostas as suas próprias questões. Para Quine, a Ciência descreve e identifica a realidade, não sendo, portanto obra de uma filosofia primeira. A tarefa do filósofo, portanto, é questionar como podemos ter um conhecimento confiável do mundo ou como podemos ter algo como uma Ciência. Dentro deste novo quadro, a Ciência é passível de ser testada e as afirmações que surgem da análise de teorias científicas podem reforçar a teoria ou mesmo colocá-la em dúvida.

Dentro do quadro naturalista, as questões filosóficas são tomadas dentro de um contexto científico; segundo o ponto de vista da ciência. Deste modo, para sabermos o que existe (e o que não existe) devemos olhar para a melhor teoria que temos acerca do mundo e verificar quais objetos são necessários para que a mesma seja considerada válida, ou que mantenham alguma relação com o mundo percebido por nossos aparatos cognitivo. Os objetos postulados pela teoria são aqueles em que podemos crer na existência. No caso de “óvnis”, se alguma teoria postulasse a sua existência, então teriam de ser aceitos como algo que existe. O naturalista não poderia excluí-los, porque nossa melhor teoria científica do mundo necessita de sua existência para dizer algo acerca de nosso mundo. É, portanto, necessário, à nossa melhor teoria, que seja verdade a existência de “óvnis”.

O naturalismo nos dá as razões para cremos em determinado tipo de objetos, porém em detrimento de outros. Ele não diz se deve crer em todos os objetos postulados por nossa melhor teoria. Mas proporciona algumas razões justificáveis para tal crença. Por exemplo, será que partículas como quark existem realmente ou serão apenas objetos criados para dar sustentação a uma teoria sobre a formação da matéria? Devemos

acreditar que todas as partículas postuladas pela teoria física da composição da matéria existem ou em apenas algumas delas? O naturalismo não consegue nos dizer se devemos, ou não, crer em todas.

Pelo naturalismo de Quine estamos comprometidos ontologicamente com os objetos postulados por nossa melhor teoria científica, de um modo geral com todos e somente aqueles que forem postulados. Assim, se a teoria sobre a matéria ordinária postula a existência de quark no interior de prótons, elétrons e nêutrons, então estamos comprometidos ontologicamente com todas elas e devemos acreditar na sua existência. O naturalismo apregoado por Quine tem um caráter holístico, ou seja, a de que as teorias científicas são confirmadas ou não em sua totalidade, como um único corpo. Assim, se experimentos empíricos confirmam a teoria de que existem quark confinados em prótons, elétrons e nêutrons, então toda a teoria sobre a composição da matéria é confirmada. Esta visão surge de uma observação feita por P. Duhem. Segundo Duhem, “um físico não pode sujeitar uma hipótese isolada ao teste experimental, mas somente todo um grupo de hipóteses; (...)” (Maddy, 2003, p.6) .

Holismo

Em Quine, o holismo surge como: “nossas afirmações sobre o mundo externo encaram o tribunal da experiência somente como um corpo único e não isoladamente”. (Maddy, 2003, p.6) . Com o tempo, Quine modera esta versão holística, admitindo que não

é necessário por todo o sistema de teorias científicas em conjectura, mas apenas uma parte.

Ele se baseará na máxima de quanto menor forem os cortes na teoria melhor será, ou seja, a intervenção a ser feita na teoria deve ser o mínimo possível. A revisão deve ser feita em grupos de afirmações e não da teoria como um todo. Por exemplo, suponhamos que as partículas internas aos prótons não sejam as mesmas que existem nos nêutrons, que os prótons sejam compostos por algo totalmente distinto das demais partículas. Esta descoberta não invalida de todo a teoria de que as partículas atômicas são compostas por algo. A intenção é manter o núcleo da teoria intacto. Assim como em uma cebola onde as partes mais externas são testadas deixando-se o miolo sem ser tocado. Isto porque alterações nas bordas de causa menos distúrbios a totalidade da teoria. Por isso é melhor revisá-la pelas partes mais externas.

Será a partir desta visão holística da Ciência que permitirá a Quine afirmar que se a Matemática é usada na teoria, então os objetos postulados no campo matemático também deverão ser aceitos como existindo, pois: "(...) Estamos comprometidos com a existência de objetos matemáticos porque eles são indispensáveis à melhor teoria do mundo aceita por nós." (Maddy, 1990, p. 30) . Para eles, Matemática e física estão integradas de tal modo que não é possível ser realista em relação a um, no caso objetos físicos, e não o ser em relação a outro, no caso objetos matemáticos. A Matemática é fundamental à Ciência não só por simplificá-la, mas também por não ser possível formular teorias físicas sem o uso da Matemática.

Argumento da Indispensabilidade

Este é o conhecido argumento da indispensabilidade que pode ser formulado da seguinte maneira: (i) Temos um comprometimento ontológico para todo e somente aos objetos que são indispensáveis à nossa melhor teoria científica; (ii) objetos matemáticos são indispensáveis à nossa melhor teoria. Logo, (iii) Nós temos comprometimento ontológico com objetos matemáticos. (Colyvan, 2002,p.2).

Segundo este argumento, as teorias científicas nos dão razões para acreditar na existência de objetos matemáticos. Isto porque tais objetos são indispensáveis às teorias científicas que as postulam. Não há como se referir a teorias físicas sem se fazer referência a conjuntos, funções e números. Os objetos matemáticos são encarados como estando no mesmo nível epistemológico dos objetos teóricos da ciência. Já que acreditamos na existência dos objetos teóricos postulados pela ciência (elétrons, neutrinos, prótons, etc) e como Ciência e Matemática formam, um todo teórico, não podemos descartar uma de suas partes como não sendo justificável. Não dá para ser realista em relação às teorias científicas e não o ser em se tratando da Matemática. Assim, se estamos justificados em crer nos objetos teóricos da ciência, estamos igualmente justificados com relação aos objetos matemáticos. As mesmas provas valem para a teoria como um todo.

Entretanto, nem todo e qualquer objeto matemático é indispensável, mas somente aqueles que podem ser “usados” pelas teorias científicas. Para uma teoria científica ser considerada boa deve apresentar, entre outras coisas, sucesso empírico, simplicidade, capacidade de unificação de teorias, caráter explicativo, inferir outras

teorias. Para que uma teoria seja descartada, alguns destes itens não correspondem ao desejado pelos teóricos ou, ainda, uma teoria, mostrou-se mais atraente e forte. O mesmo vale para os objetos postulados por uma teoria. Para que o objeto possa ser considerado dispensável é porque a teoria resultante é bem mais eficiente em resolver o problema proposto inicialmente. Deste modo, objetos matemáticos que não cumprem um papel significativo em alguma teoria científica pode ser teoricamente descartados. Contudo, fica a questão de se saber quais partes da Matemática podem ser dispensadas. Algumas delas não têm papel relevante em teorias científicas, sendo, porém, importantes e aplicadas em outras partes da própria Matemática. Para Quine, como não possuem aplicabilidade à física, não há o que justifique a crença em tais objetos. Isto porque os objetos físicos “são entidades postuladas que uniformizam e simplificam nossa consideração do fluxo da experiência, assim como a introdução dos números irracionais simplifica as leis da aritmética.”(Quine, 1975, p. 234). Para o argumento de Quine os objetos matemáticos dispensáveis não exigem um comprometimento ontológico. A aceitação de uma ontologia, para Quine, é, em princípio, semelhante a aceitação de uma teoria científica.

“(…) adotamos, ao menos na medida em que somos razoáveis, o esquema conceitual mais simples no qual os fragmentos desordenados da experiência bruta podem ser acomodados e organizados. Nossa ontologia fica determinada uma vez fixado o esquema conceitual global destinado a acomodar a ciência no sentido mais amplo.”(Quine, 1975, p. 233).

Assim como a simplicidade seria a máxima segundo a qual orientariamos as atribuições de dados sensíveis aos objetos físicos, a ciência seria a ponte conceitual que ligaria as estimulações sensoriais recebidas dos objetos físicos. Para Quine, não existe

percepção que não seja causada por algum tipo de estimulação sensorial. Tudo passaria pelas terminações nervosas. Não há, portanto, conhecimento fora de uma observação empírica. Deste modo, a epistemologia será considerada o estudo do que os seres humanos podem criar a partir de suas estimulações sensoriais.

Uma ciência baseada em nossa percepção da estrutura do mundo não estaria, em princípio, errada. Enquanto a estrutura do mundo for mantida, o conhecimento deste também o será. É a estrutura, segundo Quine, o que “importa para a teoria, e não a escolha dos objetos.”(Quine, 1982, p.20) . Deste modo, a linguagem não pode ser tomada como determinante do que existe ou não. O fato de se dizer: “Isto é uma maçã.”, não é suficiente para se afirmar a existência do objeto “maçã”. Mas, o fato de podermos entrar em contato com o dito objeto ao longo de um determinado tempo e fixa-la por inferência a uma rede de hipóteses que temos internalizado ao aprendermos a estrutura de nossa linguagem.

Pela teoria de Quine, a linguagem guarda imprecisões que fazem necessários ajustes para que evitemos dar existência a tudo que é nomeado. A indeterminação da linguagem possibilita que uma mesma palavra não se refira a um único e mesmo corpo o que implica em uma incerteza quanto a classificação dos objetos. Deste modo, pela linguagem o universo é abundante em objetos físicos.

Quine e a Linguagem

Eu acredito ser necessário darmos um pouco de atenção ao porquê do interesse de Quine por alguns aspectos da linguagem, principalmente no que diz respeito ao papel que esta desempenha no âmbito da Ciência e da filosofia. Para Quine, as provas

empíricas se configuram como “(...) estimulação de receptores sensoriais.”(Quine, 1982, p.24) e são dadas pela observação às teorias científicas. Em suas palavras: “(...) com a relação entre teoria científica e prova sensorial. (...) Por prova sensorial eu quero dizer estimulação dos receptores sensoriais.” (Quine, 1982, p. 24). A questão passou a ser agora a explicação do que sejam teorias científicas e provas. No entender de Quine, teorias científicas seria um conjunto de idéias expressas por meio de palavras. Portanto, a questão será sobre as palavras ou frases que expressam o pensamento de uma descoberta científica. A questão a ser analisada do ponto de vista de Quine será: “(...) a relação entre nossas estimulações sensoriais e as formulações de nossas teorias científicas.”(Quine, 1982, p. 24) . Isto não quer dizer que a linguagem tenha uma importância epistemológica fundamental. Pelo contrário, existiria a impossibilidade de uma redução epistemológica da linguagem. Para Quine, não existe, necessariamente, conseqüências empíricas que, tendo alguma relação com as coisas possam ser separadas por um enunciado. Como podemos perceber na citação: “(...) um enunciado sobre o mundo não tem sempre ou não freqüentemente um cabedal de conseqüências empíricas que possa ser isolado e dito próprio a ele.”(Quine, 1975, p.170). Quine explicita isto pela dificuldade em se traduzir um texto de uma língua para outra. Existiria sempre uma margem de indeterminação em uma tradução, pois: “(...) só uma fração pequena de nossas elocuições relatam uma estimulação externa concomitante.” (Quine, 1975, p.170).

Quine foi influenciado pelo trabalho do Círculo de Viena e, em especial, pelo de Rudolf Carnap. Para alguns filósofos desse período (primeira metade do século XX) a Ciência natural era modelo para todo conhecimento que o homem tinha do mundo. O conhecimento formaria uma unidade de modo que não haveria uma divisão entre as várias

áreas, tanto em relação aos seus métodos quanto aos seus objetivos. Qualquer questão que não pudesse ser respondida por meio da Ciência nem demonstrada pela Matemática ou pela lógica era posta em dúvida. Deste modo, existiam sérias ressalvas a qualquer afirmação metafísica. Para alguns, o termo “metafísica” adquiriu um sentido torpe, perdendo todo e qualquer significado. A metafísica foi, de certo modo, relegada a nenhum papel na filosofia do Círculo de Viena. Com eles o papel da filosofia passa a ser o de analisar o conhecimento adquirido através da Ciência. Não cabe ao filósofo desenvolver um conhecimento paralelo ao da Ciência ou mesmo tentar contribuir com a resolução de um problema científico. Por exemplo, não é papel da filosofia da Ciência desenvolver ou desvendar a estrutura do espaço. Ao filósofo cabe tornar mais clara as bases sobre as quais são estabelecidos nossos conhecimentos e analisá-las. Para alguns filósofos desta época, a lógica era considerada a ferramenta adequada para a execução desta tarefa, por possuir uma clareza que deveria ser estendida as demais áreas. Por causa desta clareza, filósofos como G. Frege e B. Russell tentaram reduzir a álgebra à lógica.

Contudo foi com o trabalho de Carnap que se passou a dar uma maior ênfase ao papel da linguagem no processo de análise do conhecimento científico. A importância dada por Carnap à linguagem se deve ao fato de considerar as verdades analíticas como dependentes do significado das palavras. Carnap esperava que, pela análise da linguagem, se pudesse chegar ao que existe ou pelo menos tornar mais claro o que de fato existe. Por exemplo, se alguém ao ouvir a palavra “ita” é capaz de ligá-la a alguma coisa, podemos dizer que esta alguma coisa ao qual a palavra se liga existe, ou pelo menos, está de alguma forma determinado. Neste caso, não estou levando em consideração questões de tradução ou aspectos técnicos da linguagem ou de comportamento lingüístico, mas

apenas a relação palavra e objeto. A uma palavra liga-se um objeto (concreto ou abstrato) de um modo que qualquer falante da língua em questão saiba do que se trata.

Quine rejeita esta noção de analiticidade de Carnap por faltar um claro entendimento do que seria a noção de significado. Para Quine, somente a partir do entendimento da noção de significado é que se tornaria clara a noção de analiticidade. Ele é um tanto cético quanto a como tornar claro o sentido de uma palavra em termos científicos ou comportamentais. Isto porque, para Quine, o significado de uma palavra depende do uso feito por aqueles que se exprimem por ela. Segundo Quine, é o comportamento tornado evidente por situações capazes de serem observadas, o único capaz de nos dar algum significado lingüístico. Não há nenhum significado, no entender de Quine, além daquele facultado pelo comportamento observável. No entender de Quine, a noção de analiticidade defendida por Carnap é por demais abrangente. A noção carnapiana deveria, em primeiro lugar, ter um âmbito legítimo e, em segundo, possuir uma diferença epistemológica característica e significativa quanto às noções sintéticas. As justificações necessárias às verdades analíticas devem ser, suficientemente, diferentes daquelas requeridas para as verdades sintéticas. Por conta disso, Quine aceitará uma noção de analiticidade limitada e que não requer nenhuma das exigências necessárias à noção defendida por Carnap.

Outro ponto rejeitado por Quine no trabalho de Carnap é a idéia de um *a priori*; de que existe um tipo de conhecimento que não é descoberto por meio de experimentos ou justificado pela observação. Para Quine, não existe um conhecimento além do teórico. Não existe um conhecimento que não é passível de sofrer as mesmas eventualidades que o conhecimento científico ou o comum sofrem. Isto porque, segundo Quine, é por meio de

estimulações sobre nossas terminações nervosas que podemos saber algo sobre o mundo. A Ciência, no seu entender, é: “(...) umas pontes conceituais de nossa própria criação, ligando estimulação sensorial à estimulação sensorial; não existe percepção extra-sensorial”.(Quine, 1982, p.2) . Com isto, Quine tenta negar a concepção tradicional de que o conhecimento é evidente em função do que é imediatamente dado, sem que exista algum tipo de interpretação ou margem a qualquer dúvida, pois: “A estimulação dos receptores sensoriais constitui, em última análise, toda a prova na qual cada um terá podido basear-se para chegar à sua imagem do mundo.”(Quine, 1975, p. 166). Quine rejeita a idéia de um conhecimento a priori baseado na intuição ou na razão pura.

O naturalismo de Quine será a sua resposta à idéia de que existe uma distinção epistemológica fundamental entre as Ciências Naturais, de tal sorte, que existiria ramos independentes (Lógica, Matemática e Filosofia) e dependentes da observação (Física, Química, Biologia,...). Assim, como forma de melhor entendermos o papel que cumpre a linguagem na filosofia de Quine devemos entender o tipo de analiticidade que ele, em virtude do significado, considera verdadeiro.

Analiticidade e Justificação

Para Quine, o significado de uma palavra ou frase depende do uso feito por aqueles que a falam. O uso feito da linguagem influenciará o significado que lhe será dado. Por exemplo, no passado o termo “rapariga” não provocaria qualquer indignação. Já o mesmo não pode ser dito na atualidade. O termo adquiriu uma conotação pejorativa ao longo do tempo. Agora, qual é o significado da palavra “rapariga”? Para Quine, o significado seria o uso atual da palavra. Neste caso, a questão é sabermos porque

aceitamos ou rejeitamos certos significados. Quine alegará que o significado de uma palavra ou frase é dependente do contexto. Mas o que define qual é o contexto determinante para o significado esperado ou pretendido? Sem uma definição de contexto a ser escolhido não há como especificar o significado de uma palavra. Em alguns casos, a escolha pode recair sobre um conjunto de significados da palavra ou frase em questão. A parte de possíveis significados pode ser considerado o domínio de usos da palavra ou frase. Suponha que não sabemos o significado da palavra “viela”. De um modo geral, podemos atribuir vários significados possíveis. No contexto em que será utilizada a palavra, o significado que melhor se encaixa é o de “rua estreita”. Isto nos dá os motivos necessários para consideramos o significado da palavra “viela” como sendo “rua estreita” e a frase “Toda viela é rua estreita” pode ser considerada analítica. Deste modo, para Quine uma frase seria analítica (no sentido que ele atribui ao termo- analítico) se todos que falam a frase aprenderam que ela é verdadeira. Uma frase é analítica por questão de aprendizagem. Aprendemos a palavra ou frase com este ou aquele significado e, de tal modo, que não há discordância entre os falantes da linguagem. No entender de Quine, a linguagem é controlada e imposta pela sociedade. Contudo, esta versão de analiticidade não possui nenhum comprometimento epistemológico. A simples aprendizagem de palavras e frases não é suficiente para se mostrar que não é necessário justificar a aceitação deste ou daquele significado.

No entender de Peter Hylton, autor de um artigo sobre Quine para *A Companion to Analytic Philosophy*, “(...) Muito do interesse de Quine pela linguagem e de sua análise surge do fato de que nosso conhecimento está incorporado na linguagem” (Hylton, 2000 , p. 189) . Podemos no perguntar sobre o que justifica a adoção desta ou daquela

linguagem e qual seria a mais indicada ao conhecimento. Para Carnap, existiria uma distinção entre “(...) a justificação da escolha de uma teoria em uma linguagem e a justificação (ou falta da necessidade para a justificação) da escolha da linguagem”(Hylton,2000, p.185) . O significado epistemológico dependerá desta diferença. Por exemplo, suponha que alguém tenha uma teoria sobre “pingos d’água”. Até que se diga algo em contrário, o dito cientista pode escolher qualquer linguagem para expor sua teoria. Ele pode escolher a Matemática, a Lógica, o Português, o Tupi. Contudo, o cientista deve ser capaz de dizer o motivo de escolher determinada linguagem. Os motivos podem ser vários, mas, segundo Carnap, serão de caráter prático. A escolha não tem nada a ver com ser mais correta ou mais elegante. Deste modo, a justificação para a escolha de uma linguagem A ou B será regulada por regras da própria linguagem. Entretanto, a justificativa para se escolher uma teoria entre várias em uma linguagem não dependerá de fatores práticos. No caso da teoria dos pingos d’água, suponha que existam em linguagem matemática várias teorizações sobre este mesmo assunto. A escolha recairia sobre a mais correta.

Quine irá contra a idéia de que a justificação é dirigida por regras. Segundo ele, nossas escolhas visam conseguir uma melhor teoria. A escolha de uma linguagem não depende apenas de sua simplicidade ou correção, mas, como já foi dito, do uso que lhe damos. Quine nega que a mudança de uma teoria por outra se deva ao fato de que uma linguagem “(...) funciona melhor em fazer alguma predições(...)”(Hylton, 2000, p.186). A justificação, na visão de Quine, não se aplica a apenas uma frase de uma teoria, mas a um grupo de frases ou mesmo a vários grupos. Somente quando tomamos as frases em grupo é que podemos assumir alguma relação com a observação.

Deste modo, quando um cientista testa uma teoria está, de fato, testando o grupo em frases que implica conseqüências que surgiram das observações. Se afirmarmos uma teoria sobre pingos d'água ao testá-la devemos testar todas as afirmações que foram feitas sobre pingo de água e que estão ligadas aos dados observacionais. Para Quine, "(...) o insucesso falsifica apenas um bloco de teoria como um todo, uma conjunção de muitos enunciados. O insucesso mostra que um ou mais de um dos enunciados é falso, mas não mostra qual."(Quine, 1975, p. 168). As frases que forem aceitas terão, em conjunto, uma relação com as observações que lhes servem de base.

Deste modo, na visão de Quine, não é pertinente se admitir a existência de um conhecimento *a priori*, pois mesmo a Matemática possui uma forma de se justificar seus axiomas e teoremas. A justificação à Matemática é dada, no entender de Quine, de maneira indireta. O fato de a Matemática ser usada em vários campos do conhecimento proporciona a justificação necessária ao que é adquirido por meio dela. Porque nossas teorias, como um todo, são capazes de nos prover de predições confiáveis é que podemos justificar o conhecimento matemático. Não é preciso dividir o conhecimento de acordo com o tipo de relação estabelecida com a experiência. Para Quine, os únicos tipos de conhecimento existentes são o científico e o do senso comum.

Conhecimento e Prova

Quine entende que somente sabemos algo do mundo através de estímulos das nossas terminações nervosas. Somente por meio de estímulos sensoriais é que podemos dizer que possuímos o conhecimento. Deste ponto de vista, o conhecimento é encarado como um fenômeno biológico que permitiu a sobrevivência da espécie humana. Segundo

Quine, o conhecimento é um mecanismo adaptativo, assim como garras ou longas presas. Este conhecimento foi ao longo do tempo sendo incorporado pela linguagem. Para ele, é somente por meio de palavras que podemos estabelecer relações com nossas crenças e teorias.

Tanto o conhecimento quanto as provas necessárias para a elaboração de uma informação acerca do mundo são acontecimentos biológicos. Por prova, Quine entende as estimulações de receptores sensoriais. Deste modo, não existiria, na concepção de Quine, a prova como algo dado *a priori*. Somente por meio de estímulos dos nossos receptores sensoriais é que obtemos conhecimento. Apesar de Quine não admitir a divisão tradicional do conhecimento, ele ainda mantém uma visão dualista do conhecimento. A diferença será dada pelo uso dado ao conhecimento adquirido. Assim, há o conhecimento que permite ou facilita a sobrevivência da espécie humana, mas não faz nenhuma predição sensorial. O conhecimento, que poderíamos chamar de prático, não estabelece conseqüências empíricas. Por exemplo, o modo mais adequado de se usar uma determinada ferramenta ou a elaboração de uma escultura não visa prever experiências sensoriais. Este tipo de conhecimento facilita ou auxilia a vida humana. Já o conhecimento que visa predizer acontecimentos e estabelecer teorias confiáveis acerca do mundo, tenta explicar (e entender) a maneira como este se comporta e, assim, poder prever outros acontecimentos. Não há nenhum interesse prático, pelo menos não de imediato.

De acordo com a filosofia de Quine, a estimulação de terminações nervosas é a única a providenciar conteúdo empírico à nossas crenças sobre o mundo. Mas até que ponto, nós podemos confiar nas informações adquiridas por meio de nossos estímulos

nervosos? Será que o estímulo recebido é adequado para a elaboração de uma teoria confiável de mundo? Suponha que haja uma mancha escura no tapete. A observação da mancha (estímulo sensorial) leva a crer que tenha sido derramado um pouco de vinho. Esta crença (teoria) está baseada em alguns indícios, como cor, aspecto visual, odor. Contudo, estas mesmas provas podem levar a uma outra crença. A crença de que a mancha tenha sido causada por suco de uva. De um certo modo, as teorias se ajustam muito bem ao acontecimento observado. As duas teorias explicam e predizem igualmente o que seja a mancha. Para Quine, a justificação pode não ser única. O que se deve buscar não é preencher o hiato entre as provas e as teorias científicas, mas “(...) a relação entre nossas estimulações sensoriais e as nossas formulações teóricas - científicas.”(Quine, 1982, p. 24). Deste modo, para Quine, a ligação entre uma teoria científica e a prova dar-se-á por meio das palavras utilizadas para expressá-la. As formulações que estão ligadas mais diretamente às teorias são as chamadas frases observacionais. Estas frases são as que estão mais “(...) diretamente conectadas a estímulos sensoriais”(Quine, 1982, p.25). Elas podem ser desde uma palavra como “cão” até uma em que surjam vários outros elementos gramaticais como, por exemplo, “O cão é castanho.”. Uma frase, neste sentido, pode ser falsa ou verdadeira, de acordo com a ocasião. Por exemplo, frases como: “Está nevando.” ou “Este é um cão.”, são frases cuja aceitação depende unicamente da existência ou não de neve ou do cão. A frase observacional é um tipo de frase causal, “(...) a respeito das quais todos os membros da comunidade estarão de acordo, quando submetidos à mesma estimulação.”(Quine, 1975, p. 173). A frase observacional possui um conteúdo teórico mínimo e expressa o nível mais básico de nosso conhecimento acerca do mundo.

As frases observacionais são muito importantes para a filosofia de Quine, pois elas são a via primária de acesso à linguagem. Quando aprendemos uma língua qualquer (pode ser tanto a materna, quanto uma segunda língua) partimos inicialmente de frases observacionais. Uma criança aprende por repetir o que é dito pelos adultos diante de uma determinada situação. Ela aprende por associar diretamente a palavra ao estímulo sensorial. É nas frases observacionais que o sentido é mais forte e de difícil contestação, se verdadeiro, ou de aceitação, se for falso. Isto porque,

“(...) as frases observacionais são precisamente aquelas que podemos correlacionar as circunstâncias observáveis da ocasião de elocução ou de assentimento, independentemente das variações nas histórias passadas dos indivíduos informantes. (...)”.(Quine, 1975, p. 174).

As frases observacionais não são suficientes como ligação entre teoria científica e prova, pois, no entender de Quine, quando tentamos associar a frase observacional à teoria surgem, basicamente, três problemas. O primeiro é o fato de que frases observacionais são verdadeiras ou falsas dependendo da situação. Elas não podem ser encarregadas de reportarem teorias científicas, pois estas têm que ser verdadeiras ou falsas para qualquer um, independentemente das condições empíricas. As frases que expressam teorias científicas devem eternizar o seu conteúdo. Com isso, surge o segundo problema. Para Quine, não basta criar uma maneira de determinar o espaço e o tempo de ocorrência de uma observação. Um exemplo, dado pelo próprio Quine, é de que a frase observacional “Está chovendo.” pode ser eternizada ao agregarmos informações como latitude, longitude, data e hora. Assim, a frase observacional passaria a ser: “Chovendo a 42° N e 71° W em 09 de março de 1981, as 500” “(Quine, 1982, p. 26). Entretanto, o acréscimo de informações de ordem temporal e espacial não resolvem o problema, pois

não permite que nos inteiremos sobre as condições em que se processaram o acontecimento. Estas informações não acrescentam nada ao fato de que está chovendo. A busca passa a ser pelas “condições iniciais” que possibilitam a elaboração de teorias científicas capazes de predizerem outras situações, pois “(...) A Ciência normalmente prediz observações somente na suposição de uma condição inicial.” (Quine, 1982, p.26).

A formulação “Se o chão está molhando, então choveu” é um tipo de frase onde se considera a necessidade de informar uma condição inicial que pode, também, ser observada. Mas, ainda existe o terceiro problema, que não deixa de ser uma extensão do primeiro, que é a determinação de espaço e tempo em que ocorre a condição inicial. Para Quine, é necessário haver uma condição inicial para que se possa determinar o quando e o onde da observação predita pela teoria. Mas, o problema é apenas transferido. A condição inicial é expressa por uma frase observacional. A condição inicial precisa igualmente ter o espaço e o tempo determinados. Quine pergunta como o estudioso pode saber se a condição inicial preenche os requisitos de espaço e tempo da observação realizada, pois, “(...) Ele pode ter somente prova indireta disto: sua memória, suas notas, o testemunho de outros.”(Quine, 1982, p. 27). Pode haver um lapso de tempo e espaço entre a condição inicial e a observação feita. Contudo, a condição inicial e a observação prevista devem igualar-se em condições de tempo e espaço. Na visão de Quine, se devem considerar apenas aquelas frases condicionais que permitem relacionar o mesmo tempo e espaço para as frases observacionais. Por exemplo, em frases do tipo “se chove, então molha a rua”.É preciso se garantir que a ocorrência da condição inicial “chove” está no mesmo tempo e espaço de “molha a rua”. Em frases do tipo, “Se p então q .” devemos estar seguros de que as frases observacionais “ p ” e “ q ” estão “(...) referindo

a um mesmo espaço-tempo”. (Quine, 1982, p. 27). Como as frases observacionais são verdadeiras ou falsas dependendo da ocasião e dependem de uma referência a espaço e tempo que possa ser compartilhada entre as várias partes de uma frase ocasional é que Quine definirá a frase observacional categórica.

A frase observacional categórica une duas frases que produzam como consequência uma teoria. A frase “Todos os cisnes são brancos.” é um exemplo de frase observacional categórica, pois pode ser testada experimentalmente e decomposta em duas frases observacionais, como por exemplo, “Onde há um cisne, ele é branco.”. Neste caso, ambas as frases podem ser testadas e a verificação de uma situação em que se encontre um cisne de cor diferente é capaz de falsificar toda a teoria. No entender de Quine, uma única observação pode derrubar toda a teoria. A frase observacional categórica ata a teoria à observação. Assim,

“(…) A observação categórica incluída por uma formulação teórica constitui, nós podemos dizer, seu conteúdo empírico; para isto é somente a observação categórica que une uma teoria à observação. Se duas formulações teóricas implicam a mesma observação categórica, elas são empiricamente equivalentes.”(Quine, 1987, p. 28)

Se ambas as frases tiverem o mesmo conteúdo empírico, então devem ser consideradas equivalentes por cada membro da comunidade que as admitem. Para Quine não é necessária uma linguagem cheia de sistemas e estruturas, mas apenas uma que permita unir as frases observacionais de modo a construir frases observacionais categóricas, logo “A linguagem não precisa ser bivalente; não precisa ser realista; não precisa nem ter nada claramente reconhecível como termos ou como referência ou qualquer ontologia reconhecível.”(Quine, 1987, p. 30). A linguagem é um ponto importante na filosofia de Quine, pois é por meio de seus termos que podemos ligar a teoria à

observação ou, mais precisamente, a estímulos sensoriais. Qualquer um que pertença a comunidade que se utiliza desta linguagem é capaz de apreender o mesmo conteúdo empírico, pois as frases observacionais categóricas não envolvem qualquer tipo de interpretação. Deste modo, as frases observacionais categóricas podem providenciar, na filosofia de Quine, uma base objetiva para a Ciência.

Objeções

Após a exposição do Naturalismo como pensado por Quine, passemos à consideração de algumas das objeções que são feitas à sua filosofia e, em seguida, a maneira como Penélope Maddy tentará conciliar o naturalismo quineano, principalmente o argumento da indispensabilidade, com a Matemática e as ciências naturais. A partir do texto *Three Forms of Naturalism* apontaremos alguns dos problemas levantados por John Burgess e, mesmo, por Penélope Maddy ao modo como o naturalismo de Quine trata a Ciência, a Matemática e o método científico. E, posteriormente, veremos as saídas encontradas por P. Maddy para harmonizar o naturalismo à prática científico-matemática.

Visões Posteriores ao Naturalismo de Quine

Para o naturalismo de Quine, a Ciência não é passível de sofrer críticas nem se apoiar em algo externo a ela própria. Apenas a Ciência é capaz de ditar as regras e parâmetros sob os quais realizará a tarefa de nos dar uma imagem do mundo. Na visão de Quine, não há como justificar a Ciência por meios alheios ao método científico. Os únicos meios possíveis de serem utilizados para justificar a Ciência são a observação e o

método hipotético-dedutivo. Quine se mostra contrário à visão de que a Ciência deve ser “vigiada” pela filosofia. Mais claramente, Quine nega a proposta de Descartes de que se deveria encontrar uma fundação firme para a Ciência; uma base segura em algo fora dela.

Em Quine, a Ciência deve utilizar seus próprios métodos para a obtenção de teorias capazes de explicar e entender o mundo. Uma imagem, muito citada por Quine, é a do barco de Neurath. Neste um marinheiro “(...) tinha que reconstruir seu barco enquanto nele navegava.” (Quine, 1975, p. 171). Para Quine, “Estamos em busca de uma compreensão da Ciência enquanto instituição ou processo no mundo, e não pretendemos que essa compreensão seja melhor do que a Ciência que é seu objeto.” (ibid.). A Ciência é a única maneira de se identificar e descrever o mundo. Assim, se quisermos modificá-la devemos fazê-lo no interior da própria Ciência. Tanto o filósofo, quanto o cientista estão no mesmo barco. Deste modo, nenhum método externo à Ciência proporciona uma justificação convincente. A Ciência é, portanto, base para a própria Ciência.

Em princípio, Burgess parece não concordar com a visão quineana da Ciência. Ele considera o naturalista como fazendo parte da comunidade científica. Contudo, a tarefa do filósofo é apenas de descrever a maneira como o corpo científico elabora suas teorias a partir de experimentos e provas. Para Burgess, o barqueiro não deve agir na reconstrução de seu barco, mas apenas dizer como e quais materiais devem ser usados. Ao contrário do que apregoa Quine, para quem o naturalista deve ser capaz não só de participar do debate científico, mas estar preparado para explicar em termos científicos comuns a ambos - filósofo e cientista. Logo, “Se o naturalista é um membro da comunidade científica, ele deve ter os mesmos fundamentos para ratificações e críticas aos métodos científicos como são avaliados por seus colegas.” (Maddy, 2003, p. 16). Para

Quine, assim como o barqueiro de Neurath, que participa da reconstrução do barco, o filósofo deve participar dos debates científicos par a par com os cientistas. O filósofo deve ser capaz de raciocinar e argumentar a partir de provas científicas usadas por qualquer membro da comunidade científica.

Outro ponto controverso reside na maneira como Quine atrela a Matemática à Ciência. Para ele, a Matemática é parte integrante da Ciência. Nas palavras de Maddy, “(...) o naturalismo de Quine persiste em subordinar a Matemática à Ciência, em identificar o método próprio da Matemática com o da Ciência.” (Maddy, 1997, p.184). Esta posição vai contra a atitude dos matemáticos que sempre buscaram tornar a sua disciplina independente das ciências empíricas. Na visão de Burgess, pelo contrário, a Matemática não apresenta esta dependência em relação às ciências empíricas. Mesmo porque muitas das afirmações matemáticas perdem o sentido ao serem atreladas a crenças empíricas. As afirmações matemáticas teóricas que não possuem uma contrapartida prática ou que não fazem parte de qualquer teoria física, por exemplo, não podem ser consideradas como tendo justificativa. Esta parte da Matemática teórica poderia correr o risco de ser descartada, já que não possui qualquer aplicação prática efetiva.

Já a interpretação de Maddy assevera que as porções da Matemática que, a princípio, não possuem qualquer aplicação prática não devem ser tratadas de maneira diferente daquela que é dispensada às que encontram emprego nas ciências naturais. Tanto a parte teórica,, quanto a prática não podem ser separadas sem causar problemas a ciência Matemática como um todo. Algumas partes da Matemática que aparentemente não têm nenhum papel a cumprir podem a ser o ponto central de novas teorias tanto da Matemática, quanto das ciência naturais. Como observa Maddy,

“(...) a prática aplicada tão liberalmente em nossa Ciência em voga são os métodos atuais da Matemática, não o da Ciência natural (como o naturalista quineano teria) nem algum subconjunto de métodos matemáticos dissimulados artificialmente (como a atenção exclusiva ao método da Matemática aplicada, como distinta da Matemática pura) requereria.” (Maddy, 2003, p. 20).

Tanto Burgess quanto Maddy concordam que atrelar a Matemática à Ciência não significa abrir mão de parte da Matemática, como propõe o naturalismo quineano. A diferença entre eles é que “(...) “Ciência” para Quine e para mim (Maddy) é a Ciência natural, enquanto que para Burgess ela é uma variedade das Ciências naturais e Matemática.”(Maddy. 2003, p. 22).

Mas estas diferenças implicam o exame de outro ponto valorizado pelo naturalismo, o da “melhor teoria científica”. Segundo este argumento, a Ciência que possuímos é a melhor possível. Assim, os objetos postulados existem por exigência da própria teoria. Se minha melhor teoria para explicar um fenômeno postula “átomos”, então estes devem existir ou serem considerados, pelo menos, como objetos existentes. Para Quine, se a teoria é aceita como certa; como descrevendo um determinado fenômeno, então não há como negar ou não crer nos objetos que ela postula. Um cientista não pode se colocar na posição de aceitar a teoria e, em contrapartida, negar a existência dos objetos necessários para a confirmação da teoria. Por exemplo, um físico não pode considerar a teoria de partículas como uma descrição da natureza da matéria e, ao mesmo tempo, não aceitar a existência das próprias partículas. Não há como não crer no que permite a aceitação e consistência da teoria. Este argumento tenta estabelecer um limite para a postulação de objetos. Para Quine, quanto menor for à quantidade de objetos abstratos necessários para a confirmação de uma teoria, melhor é a teoria. A necessidade de economia no requerimento de objetos mostra a faceta nominalista da

filosofia de Quine. Para Burgess, Quine concebe como certo que a economia na admissão de objetos abstratos é um ponto a favor da aceitação de uma teoria científica. Quine propõe este argumento de indispensabilidade na certeza de que a tentativa em se eliminar os objetos abstratos do corpo das teorias científicas esta fadada ao insucesso. Neste caso, como tais objetos não podem ser suprimidos, então a utilização deve ser parcimoniosa, não sendo multiplicados além do que for realmente necessário para as teorias científicas. Se a queda de um copo sem que houvesse sido tocado pode ser explicada com a admissão de um tremor de terra, então não há a necessidade de se postular a existência de “duendes” como explicação ao fato ocorrido.

Burgess vai se contrapor à necessidade de economia, pois isto fere o modo como os cientistas trabalham. O cientista não leva em consideração se ele está ou não super povoando o mundo de objetos abstratos. Desde que estes dêem respostas às suas indagações e confirmem suas teorias de maneira consistente e segura, então não há porque descartá-los. No entender de Burgess, economia ontológica não é fundamental aos cientistas. O uso de objetos matemáticos abstratos obedece a ditames unicamente de rigor e consistência da teoria e não à necessidade de evitar um aumento da população de objetos abstratos. A nossa melhor teoria científica terá ou não objetos abstratos independentemente das tentativas dos filósofos em retirá-los. Neste caso, não existe um comprometimento do cientista com os objetos postulados por sua teoria. Ele pode admitir um determinado objeto sem necessariamente acreditar de fato na sua existência, já que “(...) a física teórica nunca abandonou por completo o reino da imaginação, pois é provendo eventos ainda não descortinados que avança o estudo de fenômenos. (...)”(Knapp, 2005, p.3).

Além disso, para Burgess, a Matemática é uma Ciência distinta das Ciências naturais. Ela não necessita de confirmação externa. As Ciências naturais não são suficientes como meio de justificar a existência ou não de objetos matemáticos. No interior das próprias teorias consideradas como sendo as melhores que possuímos existem objetos pressupostos que ainda necessitam de confirmação empírica¹². As teorias científicas não têm, por conseguinte, todas as suas partes confirmadas com um mesmo grau de certeza. Há teorias da Física que postulam uma gama de partículas e forças que ainda estão a espera de uma confirmação. Porém, a existência de provas que atestam a postulação de tais objetos permite a afirmação de que são indispensáveis à teoria em questão. A necessidade de se proporcionar uma maior simplicidade, facilidade, economia às teorias físicas e que leva a postulação de determinados objetos matemáticos. Nós nos comprometemos tanto com os objetos físicos quanto com os matemáticos que são requeridos pela teoria. A Ciência confirmaria a Matemática e Quine insistiria, segundo Maddy, em que “(...) a confirmação empírica de uma teoria como um todo, confirma a Matemática envolvida na teoria; a confirmação coloca a Matemática, como o resto, sob revisão.”(Maddy, 1997, p.102). Contudo, a prática científica mostra que a situação não é bem esta. Algumas partes de nossas teorias são convenções e até mesmo arbitrarias. Em sua tentativa de encontrar respostas as questões acerca do mundo físico, as teorias

¹² Apesar da teoria de partículas, conhecida como Modelo Padrão, descrever muitos “objetos”, ela ainda conta com “muitos fatores arbitrários”.. Por exemplo, a confirmação da existência de partículas elementares conhecidas como *Higgs*, depende da conclusão do

acabam pressupondo muita coisa, simplesmente porque, “(...) não temos nenhum modo melhor de descrever as coisa (...)”(Maddy, 2003, p. 34).

Deste modo, para Burgess, o argumento da indispensabilidade é falho se levado em consideração o fato de que algumas partes de nossas teorias científicas não são confirmadas, inclusive os objetos matemáticos postulados. O fato de uma teoria admitir alguns objetos matemáticos não diz nada acerca de sua existência; não comprova que eles existam de fato. Burgess considera a Matemática como uma Ciência independente de qualquer outra e com seus próprios métodos de confirmação de seus objetos. Seu naturalismo comporta a Ciência natural e a Matemática, diferentemente de Quine e Maddy que consideram a Matemática subordinada a Ciência natural. Cabendo a esta a função de dar uma imagem do mundo e ser juiz quanto à existência ou não dos objetos postulados pelas teorias científicas e matemáticas.

Maddy passará a levantar alguns problemas da filosofia quineana, salientando uma interpretação própria, apesar de ter inicialmente aceito o naturalismo como fora exposto por Quine. Para Maddy, um naturalista crê em objetos pressupostos em teorias científicas porque conhece o modo como um cientista providência às provas empíricas que permitem a sua confirmação. Maddy discorda do modo como Quine trata a Matemática. No entender dela, Quine se esqueceu de que os métodos matemáticos são totalmente diferentes daqueles das Ciências naturais. Os métodos matemáticos não dependem de provas empíricas, apesar de a maior parte das teorias científicas utilizarem a Matemática em menor ou maior grau de complexidade. Mesmo mantendo a Ciência

novo acelerador de partículas do laboratório europeu Cern, previsto para 2020.

natural como instância privilegiada, Maddy não aceita o fato de que a Matemática deva receber um tratamento diferenciado. Esta diferenciação encara como tendo algum sentido somente aquela parte da Matemática que possui algum tipo de aplicação em nossa melhor teoria científica. Dentro desta visão, as afirmações da Matemática teórica não teriam qualquer significação, permanecendo em suspenso até obter a confirmação empírica de alguma teoria científica que lhe dê endosso. Na filosofia de Quine, a diferenciação entre Matemática teórica e aplicada coloca o argumento da indispensabilidade em uma posição desconfortável. O matemático teórico poderá alegar que o seu trabalho, apesar de não ter uma importância prática, pode ser necessário para a resolução de questões internas à Matemática ou vir a ter alguma aplicação prática no futuro. Para o matemático é totalmente irrelevante tal distinção, mesmo porque poucas partes da Matemática surgiram devido a uma necessidade prática.

A separação da Matemática em duas instâncias diferentes mostra a fragilidade do argumento da indispensabilidade em dar suporte ao realismo. Na visão de Maddy, o argumento entra em conflito com a prática matemática. Um matemático teórico, ao defender suas afirmações,

“(...) apelaria primeiro a provas, então a intuição, argumentos de plausibilidade e considerações práticas internas à Matemática em apoio às afirmações que formam a sua base. (...) Em outras palavras, a justificação dada na prática matemática difere daquela oferecida no decorrer da defesa que a indispensabilidade faz do realismo.”(Maddy, 1997, p. 106).

Neste caso, umas partes das afirmações matemáticas ficariam injustificadas. Maddy busca fazer com a Matemática o mesmo que Quine fez com as Ciências naturais, ou seja, de que ela não necessita ser julgada por áreas do conhecimento que sejam externas a ela. Para Maddy,

“(...) o naturalismo matemático acrescenta que a Matemática não é refutável por qualquer tribunal fora dela e não necessita de qualquer justificação além de provas e do método axiomático. (...) meu naturalismo considera a Matemática como independente da filosofia primeira e da Ciência natural.”(Maddy, 1997, p. 184).

O filósofo naturalista não deve considerar nada além do que o próprio método matemático é capaz de informar. Um exemplo é quanto à natureza dos objetos matemáticos. As Ciências naturais podem dizer várias coisas acerca de seus objetos. Estas afirmações são internas à Ciência. A Física pode dar informações sobre o comportamento, tamanho, massa de partículas atômicas, fruto de métodos de justificação próprios. Por este meio, um físico pode dizer se um determinado objeto existe ou não. Como exposto por Quine, um cientista não pode assumir que um objeto postulado por sua teoria é uma ficção. Segundo o naturalismo quineano, se o cientista acredita na sua teoria, ele assume um compromisso com os objetos postulados por ela. A questão de Maddy é saber se, assim como as Ciências naturais, a Matemática informa algo sobre a natureza dos objetos que utiliza.

Com relação à Ciência natural, o naturalismo de Quine parte do “senso-comum”. Ele atesta que a partir de práticas rotineiras, qualquer sujeito percebe que os objetos existem no espaço-tempo e que continuam existindo mesmo quando não são observados e que a existência destes objetos não depende dele. Segundo Maddy, o mesmo ocorre com a Matemática. Qualquer um sabe que pode adicionar ou subtrair quantidades, que entre dois pontos pode ser traçada uma reta ou que quadrados têm quatro lados iguais. Agora, a Matemática pode dizer se os números, figuras geométricas ou conjuntos existem? A Ciência natural pode dizer que “cadeiras” ou “átomos” existem. Nossa própria percepção, entendida como estímulos das nossas terminações sensoriais, podem nos

informar acerca da natureza das “cadeiras”. Mas, podemos “perceber” números ou conjuntos? No entender de Maddy, “(...) a conclusão é que a Matemática, em contraste com a Ciência natural, nada pode nos dizer sobre a natureza metafísica dos seus objetos, além da mera informação de que eles existem.”(Maddy, 2003, p. 28 - 29) Esta é a principal diferença que pode ser notada entre o naturalismo de Maddy e o de Quine. Para Maddy, a justificativa para a aceitação ou não de um axioma matemático é obtida pela aplicação de métodos internos à Matemática e “(...) o naturalista deve ignorar debates metafísicos externos à Matemática e atender a razões internas a ela, explícitas ou implícitas, oferecidas por um curso ou outro de ação.” (Maddy, 2003, p. 29). Na visão de Quine, entretanto, a justificação é atribuída a métodos da Ciência natural; externos à Matemática. Axiomas são aceitos ou rejeitados pela aplicação dos métodos das Ciências naturais. Para o naturalismo quineano, os métodos fundamentais são os científicos e “(...) em conjunto, as verdades Matemáticas podem ser deduzidas não de axiomas auto-evidentes, mas somente de hipóteses que, como as das Ciências naturais, são julgadas pela plausibilidade de suas conseqüências.” (Quine, 1970, p. 29).

Apesar das críticas a alguns aspectos da filosofia de Quine, tanto Burgess quanto Maddy, se consideram naturalistas. Isto porque eles não visam destruir a filosofia quineana. Eles buscam “corrigir” aqueles aspectos que, por sua abrangência (como no caso do holismo) ou radicalismo (necessidade de confirmação científica da Matemática) tornam a aceitação do naturalismo mais difícil, principalmente entre os matemáticos teóricos. As críticas de Maddy ao argumento da indispensabilidade não têm a intenção de rejeitar a premissa de que “estamos comprometidos com a existência de todo objeto que

seja indispensável a nossa melhor teoria de mundo existente”. Sua intenção, como ela afirma, é “(...) delinear uma versão do naturalismo que evite esta consequência (...)” (Maddy, 1997, p.182), ou seja, o choque entre o argumento e a prática Matemática.

v

O REALISMO DE PENELOPE MADDY

Para o realismo os objetos matemáticos são não-causais, estão fora do tempo e do espaço, são eternos e imutáveis. Os objetos matemáticos existiriam necessária e objetivamente, cabendo ao matemático apenas descobri-los. Já o conhecimento de tais objetos abstratos é considerado como sendo a priori, ou seja, não dependente de prova da experiência sensorial, de tal modo que podemos saber apenas como eles são e não, como devem ser. Para o platonismo o mundo físico apenas “participa” do mundo das Idéias. E por meio de uma percepção não-sensorial que podemos apreender parte desta realidade. A busca por resposta a questão tanto epistemológica quanto ontológica da filosofia da Matemática não deixa de ser uma maneira de se justificar ou de se excluir a visão platônica. Cabe ao realismo explicar não só a natureza do conhecimento matemático, mas, também, dos objetos por ele postulados.

Neste contexto podemos inserir o trabalho de Penélope Maddy que busca justamente dar uma resposta a estas questões. Maddy tenta por meio do Naturalismo de Quine conciliar a causalidade com o realismo tradicional. Como visto anteriormente, a teoria causal do conhecimento como é posto pelo argumento de Benacerraf impõe um sério problema ao realismo. Por este argumento não há como termos conhecimento de objetos abstratos (números, conjuntos), pois não haveria como se ter acesso cognitivo a tais objetos. Por este argumento, para que alguém diga que tem conhecimento de um objeto, deve estabelecer uma certa relação com o objeto. Esta relação não pode ser de qualquer modo. Ela se deve dar de um modo tal que o objeto seja o causador de minha crença. Os argumentos contrários ao realismo se apegam justamente à teoria causal do conhecimento como meio de justificar suas posições. Argumentos como o de H.Field,

baseado na teoria causal, admitem uma solução extrema para os problemas postos pelo realismo. Como não podemos explicar como alguém estabelece uma relação com objetos abstratos, casualmente inertes, então devemos eliminar toda menção a objetos matemáticos em nossas teorias científicas. Talvez, eles não sejam essenciais a essas teorias. Para Field, as ciências físicas podem ser formuladas sem o apelo a números ou as estruturas matemáticas. Com seu programa nominalista, Field busca mostrar que a Matemática e a Física não são interdependentes, como supunha Quine.

Para eles estamos comprometidos com a existência de objetos matemáticos, pois estes são indispensáveis às nossas melhores teorias de mundo. Para Quine, não se pode ser realista quanto às teorias científicas e não o ser quanto aos objetos matemáticos postulados por estas teorias. O problema da teoria naturalista, como ficou conhecida, é o conflito que cria entre a Matemática aplicada e a pura. Se um objeto postulado por uma teoria matemática não tem nenhum papel a cumprir em nossas teorias empíricas, então tanto faz aceitá-lo ou não. Se o que justifica nossa crença em objetos matemáticos é o papel que desempenham em teorias científicas, então como aceitar todo um ramo da Matemática que aparentemente não possui qualquer atribuição dentro de nossas teorias empíricas? Novamente entra em questão a necessidade da Matemática ser atrelada à Ciência. Se o conhecimento matemático justificado é aquele que cumpre um papel nas teorias científicas, então ele não pode ser a priori e necessário. Isto está em desacordo com o que é apregoado pelo realismo, o qual considera as verdades matemáticas independentes de crenças, atividades ou mentes humanas. O mesmo pode ser dizer quanto a ser um conhecimento certo. O atrelamento as teorias empíricas dá espaço às

mudanças tanto da parte científica quanto da Matemática. Caso a teoria não se ajuste ao mundo há que se decidir qual parte necessitará ser alterada. Por exemplo, a resolução de problemas postos pela teoria da mecânica quântica partiria de uma alteração da Matemática ou de hipóteses da própria teoria?

Apesar de estar consciente das possíveis falhas da teoria naturalista e do platonismo de Gödel, Maddy tentará, em um primeiro momento, conciliá-los. Na tentativa de desmontar o argumento de Benacerraf, quanto à impossibilidade de termos conhecimento matemático, ela tentará mostrar que a teoria causal do conhecimento não é tão estranha ao realismo de cunho platônico. Para Maddy, a teoria causal é um problema que preocupa, contudo ela não se limitará simplesmente em atacá-lo. Pelo contrário, Maddy tentará mostrar que é possível adequar a teoria causal ao realismo.

Seguindo o argumento de Field, de que a primeira premissa do silogismo de Benacerraf (necessidade de uma relação causal) não impõe nenhuma condição que entre em conflito com a segunda (abstração dos objetos matemáticos), Maddy se pergunta: Qual é a possibilidade de se encontrar uma explicação aos problemas epistemológicos e ontológicos postas pelo realismo? Outra questão, menos evidente, posta por Maddy é de como podemos explicar a confiança de matemáticos em suas afirmações. Porque,

“(...) a fim de ser seguro, o processo pelo qual eu chego a acreditar em afirmações sobre Xs deve basicamente ser suscetível, em um modo adequado ao presente Xs . E, invocando a segunda premissa, nada pode ser suscetível aos objetos platônicas não-observáveis, não-causais, imutáveis e fora do espaço e do tempo. Como, então, a confiança de Solovay pode ser algo mais do que um acaso feliz? Como isto pode ser explicado?”(Maddy, 1990, p.44).

A formulação dada por Field ao argumento de Benacerraf põe em prova o fato de que a confiança que um especialista tem em uma crença sobre sua área de atuação merece ser levada em consideração. Mesmo que desconsideremos questões como a verdade e justificação das afirmações, não podemos negar que a explicação a de como um Einstein acreditava que matéria e energia comportam-se de um determinado modo e não de outro possa ser diferente das explicações dadas às crenças de um matemático.

Em Maddy temos:

“(...) Ainda que o confiabilismo mostre-se não ser a análise correta do conhecimento e da justificação, de fato, ainda que o conhecimento e justificação confirmem ser noções” dispensáveis”, permanecerá o problema de explicar o fato inegável da confiança de nossos especialistas.” (Maddy, 1990, p. 43).

A intenção de Maddy, nesta primeira fase é mostrar que “(...) Ainda que nossas crenças mais confiáveis, mais fundamentais, por exemplo, crenças perceptivas são condicionadas diretamente pelos objetos destas crenças, muitas outras, menos fundamentais, são inferidas delas.” (Maddy, 1990, p. 45). Muitos estudiosos partem de razões que não incluem, algumas vezes, interações causais. Por exemplo, um cientista não precisa ter contato sensorial com as partículas atômicas para explicar o comportamento da matéria sob determinadas condições. Ele precisa de uma bem fundamentada teoria acerca destas partículas. No dizer de Maddy, “(...) qualquer teoria de confiabilidade aceitável terá que levar em conta várias formas de inferência como mecanismos confiáveis na formação de crenças.” (ibid.).

No caso da Matemática, pergunta-se Maddy, não podemos considerar, igualmente, a crença de um matemático em conjuntos como sendo resultado de uma

inferência confiável? Para Maddy, muitas crenças matemáticas se originam em inferências, contudo o problema recai sobre a forma como axiomas são inferidos. Mesmo o naturalismo de Quine não leva este fato em consideração, pois para ele toda e qualquer crença matemática é inferida, até mesmo os axiomas. Quine não considera que uma parte da Matemática possa ser não inferida. Para ele, a Matemática, “(...) é uma coleção de hipóteses teóricas de alto nível, justificadas pelo seu papel indispensável em Ciência.”(Maddy, 1990, p. 45). Este processo de inferência não é considerado como uma maneira de se responder a argumentos do tipo de Benacerraf, mesmo porque a Matemática é freqüentemente vista como sendo independente de quaisquer outras ciências. No entender de Maddy, assim como podemos encarar a Matemática como uma Ciência que segue par a par com outras, do mesmo modo pode ver a epistemologia platônica seguir a epistemologia científica. Logo, assim como algumas crenças científicas são inferidas o mesmo se poderia esperar de algumas crenças matemáticas básicas. Se considerarmos a possibilidade de um paralelismo entre Ciência e Matemática e, como o fomentador de crenças na Ciência é a percepção, então algo como a percepção deve agir na Matemática. Um mecanismo semelhante ao que opera na Ciência deve existir na Matemática. Maddy não deixa de considerar que existem outras formas de se atacar os problemas do realismo.

Maddy não considera o argumento de Benacerraf como sendo a favor do nominalismo, como alguns filósofos anti-realistas afirmam. No caso do naturalismo, o objetivo da epistemologia, no entender de Burgess, é “(...) descrever e explicar os mecanismos formadores de crenças do sujeito cognoscente.” (Maddy, 1990, p. 46). Deste

modo, na opinião de Maddy, a afirmação implica que não se requer a atribuição de causalidade aos objetos matemáticos, evitando-se, deste modo, a suposição de que não existe conhecimento. Já em Field, o intento é minar o argumento da indispensabilidade, “(...) mostrando como a Matemática poderia ser conveniente em aplicações sem ser verdadeira”(Maddy, 1990, p. 47). Se isto for possível, implicará numa reformulação da Ciência em termos nominalísticos. O sucesso desta tentativa apresentará uma teoria de mundo melhor que os realistas, além de responder a questão de como, “(...) temos crenças confiáveis sobre os objetos platônicos.”(Maddy, 1990, p. 47). Neste caso, em particular, o argumento de Benacerraf seria à favor de um nominalismo. Contudo, a teoria de Field deve levar a uma modificação de regras da prática científica para contrabalançar a perda da confiabilidade dos processos de formação de crenças científicas. Para Burgess, no entender de Maddy, “(...) nenhum ganho na porção psicológica de nossa teoria justificaria a rejeição de, por outro lado, métodos científicos eficazes.”(Maddy, 1990, p. 48).

De qualquer modo, segundo Maddy, não é possível não se encarar o desafio das preocupações impostas pelo de argumento de Benacerraf. Maddy argumenta que o platonismo deve muitas respostas. Com meio para encontrar estas respostas, ela optará pelo naturalismo de Quine, sem deixar de considerar alternativas. O percurso de Maddy será, segundo ela:

“(...) Rejeitando o Quine/Putnamismo puro, abraçando algumas versões do paralelismo Ciência/Matemática de Gödel, o compromisso platônico fica sujeito a obrigações bastante reais (...): com o limite da epistemologia naturalizada, ele possui uma consideração do conhecimento matemático (ou confiabilidade matemática) descritiva e explicativa que faz justiça a atual prática da Matemática

e uma consideração tanto da intuição como, particularmente, de outras justificações matemáticas.”(Maddy, 1990, p. 48).

De fato, Maddy não tem a intenção de atacar a premissa causal do argumento de Benacerraf. Mas, sim, responder as questões epistemológicas e ontológicas do platonismo sem considerar a caracterização que é feita pelos filósofos da teoria platônica. Em suas palavras: “(...) eu pretendo rejeitar a caracterização tradicional dos objetos matemáticos platônicos; eu os trarei para o mundo que nós conhecemos e em contato com nosso aparato cognitivo (...)”(ibid.). Além desta mudança no modo de considerar os objetos matemáticos, Maddy não irá deixar de dar atenção ao que Gödel chama de “algo como a percepção”.

Para tanto, Maddy inicia considerando o momento em que um determinado “nome” é atribuído a algo. Por exemplo, suponha que em algum momento, ao se defrontar com um objeto desconhecido, alguém resolva nomeá-lo, ou seja, batizar o elemento novo. No caso, o nomeador resolve que aquele objeto ou ser vivo passará a ser conhecido pelo nome “X”, por exemplo, ao se encontrar uma espécie animal ou vegetal desconhecido, independentemente de regras pré-estabelecidas de nomeação, lhe é dado uma denominação que será doravante estendida a tudo que se assemelhar a ele. Assim, para Maddy, “(...) o nomeante fica na frente de uma coleção de amostras, observa-os, e declara que estes e coisas como estes é de ouro.”(Maddy, 1990, p.48). O mesmo poderia acontecer aos objetos matemáticos. Alguém em frente a alguns objetos teria a possibilidade de tomá-los como um conjunto. De tal sorte, que o nome “conjunto” se referirá ao tipo de coisa da qual os objetos agrupados fazem parte. Por exemplo, se

tomarmos os dois lápis sobre minha escrivaninha se poderia dizer que eles formam um conjunto, independentemente da ordem em que forem tomados. Para Maddy,

“(...) nosso nomeante, em sua mesa, declara: “ ”Estas três coisas - o peso de papel, o globo e o tinteiro - tomados juntos, não obstante a ordem, formam um conjunto “ ou “O livro distinto sobre estas prateleiras, tomado junto, em nenhuma ordem particular, forma um conjunto”. “(ibid.).

Para Maddy, a objeção a este tipo de explicação está na dificuldade de se estabelecer uma interação causal entre o nomeante e algo como “conjunto”. Neste caso, a interação seria com os objetos que fazem parte dos conjuntos. Para o platonismo as censuras poderiam ser dadas a qualquer um dos exemplos. O nomeante de um objeto qualquer, através de uma relação causal apropriada, percebe somente alguns aspectos do objeto nomeado, em um determinado lapso de tempo. O mesmo se dá com relação a aquele que nomeou conjunto de “conjuntos”. Este, igualmente, tem a percepção de alguns aspectos do conjunto-exemplo. Em Maddy, “(...) O platônico poderia argumentar que a relação entre elementos do conjunto não está mais sujeito a objeções do que a relação entre o aspecto passageiro e o objeto, estendido temporalmente.” (Maddy, 1990, p. 49). No entender de Maddy isto dá margem a adoção por parte do platonismo de uma teoria causal da referência. Porque, uma teoria causal requer uma percepção do objeto físico. Tanto o nomeante quanto aquele que venha a conhecer o objeto devem perceber o objeto e, não somente estabelecer um contato com ele. Maddy acredita que o modo de “salvar as aparências” do platonismo está além da mera estimulação sensorial. A salvação do platonismo estará em que, ao se desvendar o que faz a ponte entre estímulo sensorial e

percepção, desvende-se também o que faz a passagem da estimulação à percepção de conjuntos.

A intenção de Maddy será mostrar que “percebemos” conjuntos e que possuímos algo “como a percepção” de objetos abstratos. Para tanto, vou expor as suas teorias de percepção e os problemas desta abordagem e, em seqüência, o que ela julga ser capaz de responder a questão de como um processo neural pode descrever a percepção de objetos matemáticos. A questão que Maddy se coloca é como podemos ter conhecimento de axiomas simples. Em suas palavras:

“(...) Como, por exemplo, chegamos, a saber, que quaisquer dois objetos podem ser reunidos em um conjunto com exatamente dois daqueles membros ou que os membros quaisquer dois conjuntos podem ser reunidos em um conjunto que é a união deles?” (Maddy, 1990, p. 67).

Maddy, diferentemente de outros filósofos, não descarta a intuição de imediato. Ela considera que possa existir um papel a ser cumprido pela intuição. Contudo, como Maddy mesmo afirma, isto não significa que o “(...) suporte epistêmico para nossa teoria de conjuntos é intuitiva”(Maddy, 1990, p. 75). Outra observação dada por Maddy é que não seja considerada como uma discípula do platonismo de Gödel. Apesar dela admitir um débito considerável para com Gödel, Maddy assume que existem vários pontos em que estão em franco desacordo.

Contribuição de Gödel ao Trabalho de Maddy

O platonismo de Gödel pressupõe uma analogia entre Ciência e Matemática, de tal sorte, que os objetos matemáticos são tão objetivos quanto os objetos físicos. Segundo Gödel, “(...) os objetos e fatos matemáticos ou, ao menos, algo neles, existem objetiva e independentemente de nossos atos mentais e decisões, (...)” (Gödel, 1951, p. 156). Assim como podemos ter conhecimento de objetos físicos por meio da percepção, Gödel acreditava que o mesmo se daria com relação aos objetos matemáticos. Para Gödel, temos algo com a “percepção” que nos permite conhecer os objetos matemáticos. Esta “percepção”, que seria similar a percepção de objetos físicos, permite que algo desses objetos nos seja transmitido de maneira imediata. Isto possibilitaria a formação das idéias que temos dos objetos matemáticos.

Ao dar um caráter objetivo aos objetos matemáticos, Gödel esta indo contra a idéia de que tais objetos sejam construções mentais ou apenas nomes. Em suas palavras: “(...) a concepção de que os fatos matemáticos constituem um tipo especial de fatos físicos ou psicológicos é demasiado absurda para ser mantida.” (Gödel, 1951, p. 156). Para Gödel, assim como, em alguns aspectos, para Maddy, é possível perceber-se tanto conceitos quanto conjuntos. Gödel parte do fato que conceitos podem descrever uma realidade objetiva ou:


“(...) esses conceitos formam uma realidade objetiva por si mesmos, a qual não podemos criar ou mudar, senão somente perceber ou descrever. Portanto, as proposições matemáticas, ainda que não digam nada acerca da realidade espaço-temporal, podem sem embaraço, possuir um conteúdo objetivo sólido (...)” (Gödel, 1951, p. 165).


Entretanto, Gödel admite que existem diferentes níveis de certeza ou crença na percepção ou na intuição de conceitos. Ele reconhece que nem tudo pode ser justificado pela intuição em Matemática. Assim como Maddy, Gödel assume a necessidade de expandir esta percepção até o nível de hipóteses científicas. Com isso, é possível deduzir suas justificações como nas Ciências físicas. Para Gödel, “(...) deve existir outro critério de verdade dos axiomas matemáticos.”(Gödel, 1947/64, p. 485) e, ainda, “(...) Se a Matemática descreve um mundo justamente tão objetivo como o da Física, não há razão para que os métodos indutivos não se apliquem na Matemática tal como se faz na Física”(Gödel, 1951, p. 158). Um conceito, para Gödel, pode parecer, em um primeiro momento, vago. O conceito está claramente presente, apenas não é percebido em toda sua extensão. Gödel especula se a existência de um órgão qualquer, ligado ao centro neural da linguagem, nós permitiria manipular tanto a percepção sensorial quanto a abstrata. Em Gödel, um conceito, “(...) é algo que pode se obter a partir de alguns objetos bem definidos por aplicação iterada - incluída a interação transfinita - da operação “conjunto de” (...)”(Wang, 1991, p. 266).

No entender de Maddy, o realista teórico, como ela denomina o realista que busca aproximar os objetos matemáticos do mundo físico, concordaria com esta posição ao admitir um processo causal complexo que permitiria arranjos cerebrais capazes de estabelecer a relação entre nós e a realidade. Sendo que estes arranjos cerebrais seriam os responsáveis pelo “(...) elemento abstrato de nossas crenças perceptivas: o objeto e

conceito de conjunto.”(Maddy, 1990, p. 77). Podemos, como Gödel, aceitar o fato de que os “axiomas forcem a sua verdade sobre nós”¹³.

Maddy admitirá que foi devido “(...) a passagem sobre a relação entre “o “dado” subjacente a Matemática” e “ os elementos abstratos contidos em nossas idéias empíricas” que me incitou neste caminho, em primeiro lugar.”(Maddy, 1990, p. 78). Mas, é devido a uma motivação naturalista que a fez “(...) trazer os conjuntos para o mundo físico e por vincular a intuição matemática tão estreitamente a percepção comum (...)”(ibid.). A sua intenção é mostrar como a mente, dita finita, pode estabelecer contato com o infinito. Para Maddy, a solução está no fato de que “(...) meu treinamento lingüístico estabelece uma conexão neural entre a palavra “triângulo” e meu detector de triângulo.” (Maddy, 1990,

p. 80). Por exemplo, suponha que se é confrontado com a seguinte figura . De um certo modo, em princípio, não há nada que possa associar a palavra “triângulo” a figura apresentada. Não há algo que possa determinar esta associação de forma que a palavra

“triângulo” não seja associada a figura . Entretanto, para Maddy, o “detector de triângulos” será acionado a presença da palavra “triângulo”, pois: “(...) são aquelas coisas pertencentes a coleções naturais que incluem muitas das coisas que estimulam meu

¹² Ver em Gödel, *What is Cantor’s Continuum Problem?* em Paul Benacerraf e Hilary Putnam, *Philosophy of Mathematics: Selected Readings*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1964, p. 271.

detector.”(ibid.). Esta associação não é feita de modo arbitrário, como alguns poderiam pensar, mas a partir de coleções naturais escolhidas. Nesta primeira parte vemos um comprometimento de Maddy com o naturalismo de Quine e com o realismo conceitual de Gödel. Contudo, muitas das objeções que ela fará posteriormente a ambos já estão presentes e de um certo modo foram tratadas no capítulo anterior. Na seqüência, passaremos a tratar da percepção e da intuição segundo P. Maddy e em seguida discutir as várias mudanças que Maddy fará em sua teoria.

Percepção

Partindo-se do pressuposto de que percebemos objetos físicos, a questão principal será encontrar o que permite com que estes objetos sejam de fato percebidos. A partir desta informação podemos tentar explicar o modo como “percebemos” conjuntos. Contudo, a percepção da qual tratamos não é de qualquer tipo de objeto, mas somente daqueles que obedecem a certos critérios. O objeto em questão deve, primeiramente, existir de fato, não sendo uma ilusão ou idéia. Além disso, deve desempenhar papel adequado na formação da minha crença perceptiva e ser o causador desta crença. Em Maddy, “(...) para que Steve perceba uma árvore é por existir uma árvore a sua frente; para que ele adquira uma crença perceptiva, é que existe uma árvore a sua frente, em particular, e enquanto a árvore a sua frente desempenhar um papel causal apropriado na geração desta crença perceptiva.”(Maddy, 1990, p. 51). Tais crenças não surgem de inferências, sendo freqüentemente inconscientes e independentes da linguagem. Porém, são capazes de influir em diversas outras crenças não-inferenciais, como forma, cor, tamanho e vice-versa. Para Maddy,

“(...) Para Steve adquirir a crença perceptiva de que existe uma árvore a sua frente, ele deve também adquirir uma grande variedade de outras crenças perceptivas (...) Quando os vários componentes em um estado de crença perceptiva surgem como um corpo, em uma dada ocasião, eles freqüentemente influenciam não-inferencialmente todos os outros, como, por exemplo, uma crença sobre a identidade do objeto pode influenciar crenças perceptivas sobre sua forma e tamanhas, e obviamente, vice-versa.”(ibid.).

Mas, antes que percebamos um objeto físico particular devemos formar um conceito acerca do objeto. Sem um conceito fica impossível percebermos algo. Assim, antes de explicarmos como temos percepção de objetos, devemos explicar como formamos conceitos acerca deles. Como um pressuposto de sua teoria da percepção, Maddy partirá de teorias psicológicas e neuropsicológicas que tentam explicar como obtemos o elemento conceitual dos objetos físicos. Maddy pergunta-se como:” (...) nós obtemos o conceito¹⁴ de um objeto físico.” (Maddy, 1990, p. 52) Desta averiguação, ela chega a conclusão parcial de que a habilidade de perceber objetos físicos é menos complexa que a habilidade de perceber formas geométricas, porém não são habilidades diferentes. Ambas as crenças perceptivas, de objetos físicos e de figuras, surgem da experimentação, manipulação, comparação e pela visualização constante tanto de objetos quanto de figuras. Maddy parte da teoria de que somos capazes de perceber conjuntos, assim como percebemos objetos físicos. Para Maddy,

“(...) Exatamente como a habilidade de ver triângulos desenvolve-se durante o tempo, através de um processo contínuo de procurar por ângulos e comparar um triângulo a outro; a habilidade de ver objetos físicos permanentes desenvolve-se

¹³ Para Maddy, ter um conceito “(...) é ter a capacidade para crenças de um determinado tipo.”(Maddy, 1990, p. 52)

durante um período de experiências com a sua observação e manipulação. "(Maddy, 1990, p. 57).

Estas habilidades são semelhantes e desenvolvem-se do mesmo modo. A partir do exemplo de que um sujeito vê três ovos, Maddy levanta as possíveis objeções que podem ser feitas a sua teoria, ou seja, a de que o sujeito é capaz de ter a "percepção" de uns conjuntos de ovos. Em Maddy,

"(...) Minha afirmação é que Steve percebeu um conjunto de três ovos (...) isto requer que exista um conjunto de três ovos na embalagem, para que Steve adquira uma crença perceptiva acerca disto e que o conjunto de ovos participe na geração dessas crenças perceptivas do mesmo modo que a minha mão participa na geração de minha crença de que existe uma mão à minha frente quando a observo a boa luz." (Maddy, 1990, p. 58).

A primeira delas seria negar-se a existência de conjuntos. Para desfazer esta objeção, Maddy recorre ao argumento de indispensabilidade de Quine. Os objetos matemáticos são fundamentais a nossa melhor teoria do mundo. Como conjuntos são objetos matemáticos, eles não podem ser descartados ou negados sem comprometer parte das teorias que formulamos para explicar o mundo, bem como as teorias matemáticas que se utilizam de conjuntos. A segunda objeção seria assumir que os conjuntos são objetos abstratos que, como tal, não possuem localização no tempo e no espaço, não podendo, portanto, serem "percebidos" como estando realmente em algum lugar. Contra esta objeção, Maddy adota um realismo dos conjuntos. Eles existem e estão localizados no espaço-tempo. O conjunto de ovos percebido pelo sujeito está onde ele os percebe, tanto com relação ao espaço que ocupam quanto ao tempo que permanecem ocupando o referido espaço. Deste modo, pelo menos para Maddy, conjuntos têm localização espaço-temporal, do mesmo modo que objetos físicos. Os conjuntos estão onde os objetos físicos estão, no caso, os três

ovos. Assim, "(...) como o conjunto constituído do conjunto de ovos, o conjunto das duas mãos de Steve, novamente estariam localizadas onde seus membros estão, que é onde está o conjunto de ovos e o conjunto de mãos, o que é dizer onde estão os ovos e as mãos." (Maddy, 1990, p. 59). Outro ponto que pode ser considerado controverso, segundo Maddy, é a afirmação de que o sujeito vê conjuntos. Ela ataca as objeções a esta afirmação dividindo sua resposta em duas partes. Na primeira afirma que a crença numérica é perceptiva, pois existem provas empíricas, baseada em crenças não-inferenciais. Pois, "(...) esta crença sobre o número de ovos pode influenciar não-inferencialmente e ser influenciada por outra crença perceptiva claramente adquirida nesta ocasião." (Maddy, 1990, p. 60). O sujeito vê a quantidade de ovos. Além disso, a crença numérica faz parte de uma gama de outras crenças perceptivas, como cor, tamanho, localização dos objetos e nos diferentes modos de se tomar dois elementos quaisquer de uma determinada quantidade. Porém, sobre o que vem a ser uma crença numérica, pergunta-se Maddy. Para o senso-comum, crença numérica seria pelo objeto físico, no caso, os três ovos. Contudo, com Frege, esta resposta mostrou-se inadequada, porque objetos não possuem em si mesmos a propriedade numérica. Pois, "(...) as coisas físicas na embalagem não tem propriedade numérica determinada: eles são três ovos, mas muito mais moléculas, muito mais átomos e somente um quarto da embalagem de ovos." (ibid.). Um objeto físico não pode, no entender de Frege, ser considerados o sujeito da propriedade numérica, pois a eles são atribuídos o conceito.

Segundo Maddy há quatro possíveis candidatos a serem os sujeitos da propriedade numérica. Em suas palavras: "(...) nós precisamos observar, não nossas experiências perceptivas, mas nossa teoria de mundo mais abrangente e nos perguntar qual desses é o mais apropriado ao papel de mais fundamental objeto matemático." (Maddy, 1990, p.61).

Uma delas é o agregado, onde o objeto físico é encarado como separado da propriedade de ser um objeto físico. Outra possibilidade, admitida por Frege, é de que uma afirmação numérica é acerca de um conceito. Ou ainda, que quem carrega a propriedade numérica seria denominada de classe, onde se consideraria uma determinada propriedade, como por exemplo, o de “ser uma caneta em minha escrivaninha” e, por último, o conjunto, que seria o candidato admitido pelo realista teórico, pois são mais simples, fáceis de serem manejados, com noções mais elementares, além de fundamentar outros ramos da Matemática e ser uma teoria de sucesso. Deste modo, “(...) minha afirmação de que conjuntos são os melhores candidatos para carregar as propriedades numéricas está subordinada ao fato de que eles são as melhores entidades matemáticas para a teoria Matemática deste mundo em particular.” (Maddy, 1990, p. 63).

Contudo, o que podemos saber sobre objetos físicos pela percepção é pouco mais do que o espaço que ocupam e quais sentidos estimulam. Da mesma maneira que em relação aos conjuntos, tudo o que podemos saber e que vai além da propriedade numérica é domínio do campo teórico. A percepção permite um conhecimento limitado acerca das coisas. Há que se decidir, portanto, qual é o melhor candidato a ser sujeito da propriedade numérica. A decisão recai sobre a teoria que se tem do mundo e qual dos candidatos é mais apropriado para esta teoria. Na aceção de Maddy, o mais indicado são os conjuntos, por serem simples, de fácil manejo e por gerarem uma eficiente teoria matemática. Porque os conjuntos são os mais indicados como sujeito da propriedade numérica é que podemos dizer que a crença perceptiva de que se têm três ovos é, em consequência, uma crença em conjuntos. Isto é possível, pois os conjuntos são os objetos matemáticos que melhor se ajustam às teorias utilizadas na explicação dos fenômenos que ocorrem neste mundo, pois:

“(…) A elementaridade da noção de conjunto, sua facilidade de manipulação e o imenso sucesso da teoria dos conjuntos, tanto como fundação para outros ramos da Matemática e como uma teoria matemática por seu próprio mérito, tudo ajuda em fazer o conjunto de ovos o mais atrativo candidato para o papel de portador de números.” (Maddy, 1990, p. 62).

Um último ponto é a garantia de que o conjunto participa de modo causal apropriado da geração da crença do sujeito, no caso, de que ele está percebendo um conjunto com três ovos. Assim, “(…) A participação apropriada é exemplificada pelo papel de minha mão na geração de minha crença perceptiva de que existe uma mão a minha frente e que procede da estimulação da minha mão de uma seqüência de fases de arranjos celulares.” (Maddy, 1990, p. 63).

A percepção de objetos físicos dá-se pela estimulação de um arranjo celular numa determinada seqüência. Falta saber se o mesmo ocorre com relação à percepção de conjuntos. Na acepção de Piaget, a habilidade de obter crenças perceptivas de conjuntos ocorre em estágios paralelos a crenças perceptivas de objetos físicos. O tempo e a experiência com objetos físicos levam a formação da crença de que estes são independentes do observador e do seu movimento. O mesmo podemos dizer em relação a formação de crença em conjuntos. A criança desenvolve o conceito de conjunto antes de ter um termo que o nomeie. Na verdade, percebe-se que a existência ou não de um termo que designe um determinado conceito é irrelevante à formação deste mesmo conceito. Assim, como a experimentação leva a formação do conceito de objeto físico, a manipulação de conjuntos de objetos físicos leva a formação do conceito de conjunto. O conceito de conjunto surge da manipulação de conjunto de objetos. Em suas palavras:

“(…) como o conceito de objeto físico contínuo e independente é adquirido em estágios, o conceito de conjunto com inclusões e propriedade numérica constante é

em si obtido através do tempo e depende de experiências com grupos de objetos.” (Maddy, 1990, p. 64).

Para Maddy, a interação com os objetos físicos, leva a formação de arranjos cerebrais que permitem que o sujeito forme crenças acerca destes objetos. Do mesmo modo, que a interação com conjuntos de objetos físicos deve levar a formação de um complexo cerebral tal que resulta em “detector de conjunto” que permite que sejam formadas crenças perceptivas acerca de conjuntos. Esta afirmação providencia uma resposta ao fato de terem-se várias coisas diferentes em um mesmo espaço-tempo, ou seja, como a mesma coisa pode ser vista de diferentes modos e aspectos. A diferença de percepção deve-se aos diferentes interesses apresentados por diferentes sujeitos e ao nível de experimentação que os sujeitos tiveram com relação ao objeto observado por ambos. Assim, um biólogo é capaz de identificar bactérias em uma amostra de água, onde uma criança somente vê bichinhos. A criança não terá a prática de laboratório do biólogo. Ou, ainda, a mudanças nos arranjos cerebrais com a mudança do foco de atenção. Caso contrário, teria que ocorrer algo após a estimulação inicial de modo a mudar a percepção dos indivíduos envolvidos. Assim, o sujeito percebe um conjunto de três ovos, e estes participam de modo adequado na geração desta crença. A participação adequada permite a estimulação do detector adequado a percebê-los. Tanto no caso de objetos físicos quanto conjuntos desenvolvem-se complexos neuronais que preenchem o espaço entre o que é percebido e o que promove a interação causal, ou seja, entre o sujeito e a coisa que causa a percepção.

Intuição

Para Maddy, os conjuntos podem ser percebidos. O problema será explicar como se processa esta percepção e como podemos passar da percepção de objetos particulares ao conhecimento dos mais simples axiomas. Os dois mais elementares axiomas da teoria dos conjuntos, da paridade e da união, sobejais crenças gerais que não podem deixar de ser considerados. A pergunta que Maddy coloca é: "(...) Qual é a relação, por exemplo, entre nosso conhecimento de fatos particulares acerca de conjuntos particulares de objetos físicos e o nosso conhecimento dos mais simples axiomas da teoria de conjuntos?" (Maddy, 1990, p. 67). Maddy parte do pressuposto de que existe uma analogia entre ciência natural e Matemática e a partir desta, passa a examinar como se processa o conhecimento mais simples na Física teórica. Neste campo o conhecimento considerado mais rudimentar ocorre, muitas vezes, por um processo indutivo. Por exemplo, pela observação continuada de cisnes brancos, o sujeito chega a conclusão de que todos os cisnes são brancos. Maddy põe a questão de se o mesmo pode ser afirmado com relação a Matemática, ou seja, será que o conhecimento matemático é indutivo? É possível que pela observação de uma variedade de conjuntos combinados com sucesso podem me levar a admitir que o axioma da combinação é válido para todo e qualquer dupla de conjuntos com diferentes tipos e quantidades de elementos? Como, por exemplo, será que podemos combinar o conjunto de canetas vermelhas e azuis em minha escrivaninha e formar um conjunto maior de canetas? Será que podemos afirmar, que do mesmo modo que os conjuntos de canetas a minha frente podem ser unidos dois a dois, então todos os conjuntos podem ser unidos? A resposta dada por Maddy é que não. Logo, com relação a seus axiomas básicos a observação acarreta respostas diferentes para a Matemática, embora dêem algumas respostas à Física. Assim, o fato de se poder combinar uma gama de conjuntos com

diferentes tipos de objetos e quantidades não é suficiente como explicação a possibilidade de se combinar dois conjuntos quaisquer, pois "(...) Evidentemente, observações particulares providência um tipo muito diferente de apoio a hipóteses gerais, como "quaisquer dois conjuntos podem ser combinados" do que as dão a hipóteses como "todos os cisnes são brancos"" (Maddy, 1990, p. 68).

Isto não quer dizer que não exista uma analogia entre Matemática e as ciências físicas, pelo contrário, para Maddy as crenças primitivas e gerais dos conjuntos correspondem às crenças primitivas e gerais que possuímos acerca de objetos físicos. O simples processo indutivo não acrescenta nada a geração de hipóteses gerais da Matemática, pois no entender de Maddy,

"(...) nossas crenças gerais e primitivas da teoria dos conjuntos correspondem, verdadeiramente, não a simples induções enumerativas, mas a crenças gerais primitivas sobre objetos físicos que não estão mais sujeitos a simples apoio indutivo do que sua contraparte na teoria dos conjuntos." (Maddy, 1990, p. 68).

O mesmo podemos dizer acerca da observação no tocante a crença que possuímos de que os objetos são independentes do observador e de seus estados de movimento. Apesar de não sermos capazes de checar se um objeto realmente existe quando ninguém a esta observando, esta é uma crença primitiva que possuímos, apesar de não haver prova observacional, e de que faz parte de nossas teorias acerca do mundo físico. A simples observação do movimento de um carro não pode dizer algo sobre a observação do movimento de pássaros, pois que não é suficiente para explicar as nossas crenças primitivas, já que, no entender de Maddy, "(...) Estas são crenças gerais e primitivas sobre os objetos físicos que não estão apoiadas pela simples indução enumerativa" (ibid.). Uma

possível explicação a formação destas crenças pode ser dado pelo estudo do modo como ocorrem as operações neurais.

Maddy partirá das análises de Donald O. Hebb , segundo a qual a visão dos pontos das vértices de um triângulo repetidas vezes leva a um arranjo específico das células cerebrais, o qual responderá sempre ao nos defrontarmos com uma configuração semelhante. Este seria um arranjo de primeira ordem e responde à visão de determinados tipos de contornos, gostos e pressões táteis localizadas. A partir deste nível primário são forjados níveis superiores de percepção. Em um arranjo de segunda ordem são integrados os vários vértices do triângulo formando um contorno reconhecível; no terceiro nível estas partes são integradas em diferentes perspectivas, individualizando-as em relação ao espaço circundante; no quarto nível, esta forma é individualizada em relação as demais formas que o cercam. Neste nível forma-se o conceito geral da figura. A figura deixa de ser uma no meio de várias formas, passando a ser identificada a um tipo específico de figura. Todo este mecanismo surgiu durante a fase de estimulação do sujeito ao perceber um objeto particular. Estas estimulações o levariam a criar crenças gerais acerca do objeto do estímulo. Podemos dizer que as crenças são “construídas” no interior dos arranjos cerebrais de níveis superiores do mesmo modo como os objetos são construídos a partir de estímulos sensoriais. Com isso, o sujeito é levado a crer que todo triângulo tem três lados e que todo objeto é independente do observador e do seu movimento.

Deste modo, as “crenças intuitivas” são a estimulação de arranjos adequados de uma ordem superior. Por extrapolação, podemos dizer que o que vale para objetos físicos valerá para conjuntos. A partir de estímulos de ordens inferiores causados pelos conjuntos particulares desenvolveríamos o correspondente arranjo de ordens superiores adequado a

criação do conceito geral de conjunto. Para Maddy, “(...) A estrutura deste arranjo geral de conjuntos é, então responsável por várias crenças intuitivas sobre conjuntos (...)” (Maddy, 1990, p. 70). Isto criaria crenças intuitivas como: propriedades numéricas, permanência do número de elementos apesar do movimento, combinação, etc. As crenças intuitivas são um processo a nível cerebral e para Maddy “(...) sobejais os axiomas mais básicos de nossa teoria científica de conjuntos.” (ibid.). Estas crenças não surgem, por consequência, da linguagem, sendo mesmo anteriores a ela. Como exemplificado por Maddy, uma criança pequena pode perceber e mesmo saber algumas propriedades particulares de um objeto qualquer sem ser capaz de nomeá-lo. Por exemplo, ela sabe e reconhece uma mamadeira e pode associá-la a alimentação ou ao término de um desconforto físico (fome), porém pode não saber o seu nome. Contudo, dependem da formação de conceitos acerca dos objetos físicos ou conjuntos particulares. Quando um conceito é formado e recebe um termo que o designa as intuições e expressões lingüísticas passam a ser vistas como óbvias.

O passo seguinte é averiguar o estado epistemológico de tais crenças acerca de conjuntos e objetos físicos. O primeiro ponto é a percepção de que não se sujeitam a processos indutivos. Porém, dois pontos podem nos levar a uma percepção errônea acerca de crenças intuitivas; a transição de uma crença intuitiva a uma formulação lingüística e a possibilidade de uma crença intuitiva ser e m si mesma falsa. Podemos crer em algo que foi posta inicialmente de modo a formar arranjos cerebrais que identificam aspectos do objeto diferentes do que ele realmente é. Por exemplo, posso crer que os objetos desaparecem quando ninguém os está observando ou que eles mudam quando postos em movimento ou mesmo que um conjunto não tem sub-conjuntos. Como qualquer hipótese, as crenças intuitivas devem ser testadas. Em Maddy,

“(...) algumas crenças intuitivas têm sido, de fato, falseadas pelo progresso da Ciência, como por exemplo, a crença de que em qualquer momento dado, um objeto físico está em um certo local e se movendo a uma certa velocidade” (Maddy, 1990, p. 71).

A questão é se o fato de uma crença ser intuitiva é suficiente para ser considerada conhecimento, apesar de ser um fato ela não ser uma prova conclusiva, nem suficiente como justificção a uma afirmação.

A questão principal, segundo Maddy, surge da adição de uma necessidade causal a versão tradicional de conhecimento como sendo uma crença verdadeira e justificada. Sua questão é saber se a crença intuitiva pode ser considerada como conhecimento. Contudo, seguindo sua linha de discussão, se nós entendermos nossas crenças intuitivas acerca de objetos físicos como sendo produto de arranjos e processos cerebrais, determinados por pressões evolutivas e interações com objetos ou conjuntos na infância, então podemos encará-las como sendo causais. Já que nossas crenças dependem do ambiente para que, por meio da evolução, as configurações cerebrais sejam construídas e da interação com objetos na infância para que possamos criar, a partir da observação, as propriedades básicas que individualizam cada objeto. As crenças intuitivas podem ser consideradas causais devido ao fato de dependerem de relações causais entre sujeito e o objeto a ser conhecido, bem como do meio onde está inserido. Pois, segundo Maddy, apoiada no trabalho de D. Hebb, “(...) Nossas crenças intuitivas são o produto de arranjos cerebrais e o processo responsável pela geração delas - a combinação da pressão evolutiva sobre nossos ancestrais, que determinou nossa formação cerebral e a soma das interações com

objetos físicos e conjuntos na infância - são causais". (Maddy, 1990, p. 72). Deste modo, o problema pela adição da componente causal ficaria solucionado.

O problema agora é o da justificação. Como justificar uma crença que é tida como óbvia pelo sujeito, mas a qual nenhuma prova pode ser dada, além da própria da crença. Por exemplo, parece óbvio que para quaisquer dois elementos u e v existe um conjunto $z = \{u, v\}$. Mas, como podemos justificar esta crença? Quais são as provas de que a união de dois ou mais elementos dá origem a um conjunto? Segundo Maddy, com relação a justificação podem ser tomadas duas posições: a internalista, onde o sujeito deve ser capaz de avaliar as razões fornecidas para se justificar a crença ou a externalista, onde o sujeito não é capaz de dar razões ou argumentos explícitos à sua crença. Ele simplesmente sabe que é do jeito que é. Um exemplo fornecido por Maddy, é o caso do verificador do sexo de aves. Ele não é capaz de explicar como consegue identificar o sexo das aves, pois não tem como dar uma razão convincente para a afirmação de que esta ave é uma fêmea e aquela um macho. Cabe, portanto, ao sujeito acatar a informação do especialista, já que este não pode explicar sua convicção, a não ser mostrando os resultados de sua atividade.

Para Maddy, a alternativa mais viável é a externalista, pois:

"(...) Nesta visão, é suficiente que o processo causal que gera a crença seja "confiável", ou seja, o tipo de processo que conduz, de modo geral, a crenças verdadeiras. Isto é verdade no caso perceptivo, como o caso do verificador de sexo de galinhas, e, se nossas afirmações são corretas, no caso intuitivo também." (Maddy, 1990, p. 73).

Segundo ela, no caso da justificação externalista é suficiente mostrar que os processos que causam as crenças podem ser reproduzidos e que são confiáveis. Se isto é verdadeiro em situações em que se considera a percepção, o mesmo poderá ser dito

acerca das crenças intuitivas. Se um determinado axioma matemático produz os teoremas esperados, mostrando-se consistente, então não há que se negar a crença intuitiva que o antecede e que, em princípio, o supunha verdadeiro. Deste ponto de vista, podemos admitir que a crença do matemático de que dado os termos u e v existe um conjunto $z = \{u, v\}$ é conhecimento.

Contudo, apesar de um comprometimento causal nos processos de produção de uma crença intuitiva, esta não depende de nenhuma série particular de experiências. As experiências são necessárias apenas à formação de um conceito. Deste modo, para Maddy, “(...) Isto significa que, porquanto crenças intuitivas são suportadas por sua natureza intuitiva, este é o que chamamos de “*a priori* impuramente”.” (Maddy, 1990, p. 74). Segundo ela, isto não quer dizer que toda crença matemática básica é *a priori*. Pelo contrário, para Maddy, “(...) Sem a corroboração de um apoio teórico adequado, nenhuma crença pode ser considerada mais do que mera conjectura.” (ibid.). Portanto, crenças intuitivas precisam de um suporte teórico assim como as teorias físicas. Isto não significa, que todo conhecimento matemático depende de uma base intuitiva. As teorias matemáticas dependem tanto quanto as teorias físicas de uma metodologia semelhante àquela utilizada por cientistas teóricos na formação de suas hipóteses. Para Maddy,

“(...) Em muitos casos, a metodologia do teórico de conjuntos tem mais em comum com a formação e teste de hipóteses de cientistas naturais do que com a caricatura do matemático escrevendo algumas poucas verdades óbvias, (...) nossas hipóteses da teoria dos conjuntos precisa de base teórica ou externa, isto é, base, como em Ciência natural, em termos de conseqüências verificáveis; necessita de contra prova; poder de explicação e amplitude; conexão interteóricas; simplicidade; elegância e assim por diante” (Maddy, 1990, p. 75).

Em suma, para Maddy, a intuição seria um determinado arranjo de neurônios que teriam surgido pelo processo evolutivo sofrido pela espécie em associação ao acúmulo de experiências sensoriais da infância. Estas duas variáveis seriam responsáveis pela idéia de que existem crenças que são evidentes por si mesmas, sem o concurso de qualquer objeto sensível e que não podem ser verificadas pela experiência. O arranjo sensorial determinado ao longo da evolução e do desenvolvimento cognitivo humano cria um estado no cérebro que provoca a crença intuitiva de que os objetos físicos existem independentemente de nossas percepções.

O sistema neural ao entrar em contato com um objeto pelos sentidos iniciaria por individualizá-lo em relação ao ambiente. Depois de haver determinado formas, contornos, odores, tamanhos o reintegraria ao ambiente de onde foi individualizado, acrescentando em seguida as diferenças de perspectiva ao observar sua movimentação. O objeto é construído na mente em níveis sucessivos de complexidade. O sujeito passa do particular ao geral, criando uma “visão” do objeto que será considerada primitiva e, portanto, intuitiva. Consideremos, por exemplo, a árvore em frente a minha janela, suponha que nunca a tivesse visto. Num primeiro momento teria meus sentidos voltados a sua cor, cheiro, textura, enfim aos aspectos que podem afetar os meus sentidos. Em seguida, perceberia seus contornos e formas e se ela muda de aspecto ou movimenta-se. Depois desta revista, que a isolaria das casas e prédios que a circundam, tentaria encontrar o que a faz ser reconhecida como uma árvore, ou seja, as características gerais que a incluem no grupo das árvores. Obviamente, todas estas etapas são simultâneas, mas o interessante é que esta sucessão de arranjos mentais dará ao final a nítida impressão de que o que eu vejo é uma árvore. Será óbvio e de difícil refutação a crença que tenho de

que o objeto em questão é uma árvore. O mesmo pode ser dito acerca da existência de qualquer objeto físico. Ela é construída, de um certo modo, por uma configuração cerebral adequadamente estimulada. Da mesma maneira, a idéia de que eles existem independentemente do sujeito é construída, formando uma de nossas crenças mais fundamentais e primitivas. O objeto é construído na mente em níveis sucessivos de complexidade. O sujeito passa do particular ao geral, criando uma “visão” do objeto que será considerada como primitiva e, portanto, intuitiva.

Desta relação com os objetos físicos passar-se-ia aos objetos abstratos da Matemática. Os objetos abstratos seriam o nível mais alto das construções mentais, sendo os objetos matemáticos construídos na mente de maneira similar aos objetos físicos. A partir da visão de um quadrado ou de um grupo de objetos constroem-se a idéia de que todo quadrado tem quatro lados e que a um grupo de dois objetos, por exemplo, pode-se acrescentar um outro grupo de um objeto. Ao criar-se um aspecto geral para o fato de vermos quatro cantos em um quadrado ou uma certa quantidade em um grupo de objetos, produzimos crenças que poderiam ser encaradas como intuitivas. Assim, poderia ser óbvio o fato de que os lados de um quadrado são iguais e diferentes grupos de elementos podem ser misturados. A intuição está intimamente ligada ao modo como nossos cérebros, impelidos pelo processo evolucionário, foram sendo moldados. Contudo, Maddy não quer dizer com isso que todas as justificativas às teorias dos conjuntos, por exemplo, são intuitivas. Em algumas situações, o modo de operar do matemático tem mais a ver com o dos cientistas. Tanto para os matemáticos quanto para os cientistas empíricos, espera-se que suas teorias produzam resultados capazes de serem verificados, teoremas mais abrangentes e precisos, simplicidade, elegância e assim por diante.

O NATURALISMO DE MADDY

Introdução

Maddy tomará um caminho bem diferente alguns anos depois. Nos seus escritos posteriores, apesar de ainda considerar-se uma naturalista e de endossar o realismo, Maddy parece adotar uma posição mais moderada. Suas críticas, colocadas como alguns dos problemas do naturalismo que ainda necessitavam de respostas, tornam-se mais explícitas. Maddy aparentemente busca solucionar a questão de como adequar a prática matemática às teorias que segue. A preocupação não é mais dar respostas a questões ontológicas e epistemológicas deixadas pelo platonismo através do naturalismo.

Crenças básicas como o “céu é azul”, que “os objetos caem em direção a Terra”, que “seres vivos se reproduzem” surgem de experiências, observação ou teorias. No caso da Matemática estas crenças surgem de provas que se baseiam em afirmações mais fundamentais. Nos séculos XIX e XX buscou-se por algo que fossem ainda mais básicas, de tal sorte, que pudessem ser o fundamento sobre a qual se assentassem as próprias afirmações tidas como básicas. Nesta busca chegou-se a duas bases para a crença matemática. De um lado temos a lógica e do outro a teoria dos conjuntos. Contudo, segundo Maddy, a teoria dos conjuntos não é capaz de responder a questão de como seus axiomas são justificados. Além disso, os axiomas existentes da teoria dos conjuntos não são capazes de fixar questões de topologia ou de álgebra. Esta indeterminação leva a busca por novos axiomas que também precisarão de justificação e assim por diante. O

que promove uma inflação da quantidade de axiomas básicos. Isto acaba pressionando por demais os estudiosos. Para Maddy, a sua esperança é “(...) prover uma consideração filosoficamente útil e que seja sensível também (ou melhor, relevante) a esta preocupação metodológica urgente da teoria dos conjuntos contemporânea.” (Maddy, 1997, p. 2). A esperança de Maddy é responder a esta questão não por meio do realismo teórico como anteriormente, mas por um naturalismo teórico que, segundo ela, “(...) proporcionará um caminho mais promissor.”(Maddy, 1997, prefácio) . Suas fontes continuam sendo Quine e Gödel, porém de um ponto de vista mais crítico. Maddy não tem a intenção de desfazer tudo o que foi proposto por Quine e Gödel, mas criar uma nova versão do naturalismo que compreenda tanto a Matemática prática quanto a teórica e que contemple o modo de operar dos especialistas.

Realismo Teórico

Para Maddy, argumento não-demonstráveis “(...) vêm em duas espécies: intuitivo e extrínseco (...) e argumentei que o apoio intuitivo é prova em *prima-facie* para a verdade”(Maddy, 1990, p. 144). Porém, concorda com o fato de que a prova intuitiva “(...) nunca é conclusiva, que necessita de complementação via base extrínseca e pode ser (de fato tem sido) denotado por uma contra prova teórica (...)”(ibid.). Segundo Maddy, é necessário encontrar um método capaz de comparar os argumentos não-intuitivos relevantes. Várias são as bases extrínsecas sobre as quais um teórico pode escolher ao buscar por axiomas relevantes. Regras práticas como buscar por conseqüências que podem ser verificadas, métodos novos de resolução de problemas, teorias simplificadas, conexões interteorias e, assim, por diante, remetem a uma analogia entre Ciência e

Matemática presentes tanto na filosofia de Gödel quanto na de Quine. Porém, alguém poderia objetar que a matemática não faz experimentos para testar suas afirmações ou teorias. No entender de Maddy, tanto cientistas quanto matemáticos realizam experimentos. Obviamente, existem diferenças quanto ao tipo de experimento. O físico usaria um acelerador de partículas para testar a teoria que prediz a existência (ou não) de uma partícula determinada. Já o matemático usaria outros meios para testar a pertinência de um teorema. Estas diferenças são inerentes às características de cada um dos ramos científicos. Segundo Maddy, nós poderíamos levantar diferenças de métodos entre físicos e botânicos ou entre psicólogos e astrônomos. Se os experimentos são diferentes, então “(...) não deveria contar contra sua eficácia.”(Maddy, 1990, p. 147). Contudo, no entender de Maddy, isto não significa uma dependência da Matemática em relação às Ciências naturais, tampouco, que as questões epistemológicas da Matemática devam ser reduzidas as da Lógica ou da Ciência. Porque, “(...) as peculiaridades da teoria matemática requer atenção individual. Uma teoria completa dos métodos da Física (ou psicologia, ou biologia), ainda que existisse tal coisa, não seria suficiente.”(Maddy, 1990, p. 148). Este é um dos pontos discordantes entre o naturalismo de Maddy e o de Quine. Da filosofia de Quine, Maddy tomará, em um primeiro momento, o argumento da indispensabilidade e de Gödel, a sua análise da justificação, onde conceitos e axiomas mais simples são justificados por seu caráter intuitivo e as hipóteses teóricas, por suas conseqüências.

Para Maddy, afirmações que não admitem a intuição como ponte entre o conhecimento matemático e o sujeito, consideram a necessidade de uma relação causal

entre objeto do conhecimento e o sujeito cognoscente. No caso da Matemática, tal exigência não é essencial. No entender de Maddy, “(...) o que importa é que as crenças de matemáticos são indicadores confiáveis de fatos sobre as coisas matemáticas (...)” (Maddy, 1990, p. 178). Sua intenção é “(...) produzir uma versão de realismo com a força tanto da variedade godeliana como da quineana e sem suas fraquezas.” (Maddy, 1997, p. 108).¹⁵ A reposição da intuição (Gödel) e do argumento da indispensabilidade (Quine) tem por fim validar novos axiomas. Maddy supõe a intuição a partir de um modelo neurofisiológico. Já o argumento da indispensabilidade proporciona meios para que se possa admitir que uns objetos matemáticos (conjunto, números) existem. Deste modo, do argumento de Quine temos razões para crer que “(...) as afirmações matemáticas são verdadeiras.” (ibid.) e da análise de Gödel, temos a sensibilidade para com a prática matemática, que não é um dos pontos fortes do naturalismo de Quine.

Naturalismo e o Argumento da Indispensabilidade

Apesar de considerar o naturalismo capaz de dar uma resposta aos problemas do realismo, ainda assim, para Maddy, o argumento da indispensabilidade é um dos pontos mais problemáticos do naturalismo de Quine. Em Quine, a Matemática é uma extensão da Ciência, assim como esta é uma extensão do senso-comum. A prática científica tem

¹⁵ Posteriormente, P. Maddy irá propor um outro tipo de realismo. Ela percebe que a manutenção de um realismo “forte”, baseado no argumento da indispensabilidade se mostrará inviável.

vários exemplos que nos dão a entender, que nem sempre o fato de uns objetos ser indispensável a uma teoria é suficiente para que sua existência seja aceita. Nem sempre podem se extrair conclusões acerca da existência de um objeto matemático, simplesmente porque em muitas aplicações científicas, “(...) a Matemática ocorre na companhia de afirmações que sabemos ser literalmente falsa.” (Maddy, 1997, p. 143). Por exemplo, segundo Maddy, não consideramos o atrito ao avaliarmos o movimento de um corpo ou a resistência do ar sobre objetos em queda. Afirmações como estas caem sob o “(...) fenômeno da idealização científica.” (Maddy, 1997, p. 144). Segundo este processo, “(...) o que acontece em circunstâncias ideais podem ser extrapoladas do que acontece em circunstâncias reais pelo gradual minimização dos distúrbios de fatores causais.” (ibid.). Quine não ignora o papel das idealizações na prática científica, porém as entende como sendo uma maneira de isolar tudo o que pode ser a causa de uma interferência que impossibilite a determinação de um fenômeno físico.

Já para Maddy, a existência de idealizações na Ciência, comprometem a possibilidade de se justificar a existência deste ou daquele objeto matemático. Não podemos determinar em um contexto idealizado qual o papel da Matemática. Na prática científica uma hipótese deve ser verificável experimentalmente e em um “(...) contexto que não é uma idealização explícita”(Maddy, 1997, p. 152). O fato de um objeto parecer ser indispensável, não é suficiente para assumirmos um comprometimento ontológico com este objeto. Este comprometimento surge nos casos em que o objeto passou por um processo de verificação experimental que não seja uma idealização explícita. Por exemplo, a aceitação da existência de átomos somente foi possível após a verificação de

sua existência por meio de um experimento. Em outros casos são usadas partes da Matemática que não foram ainda determinadas, como por exemplo, a Matemática que envolve a idéia de “contínuo”. O uso do contínuo pode ser confundido, em alguns casos, com uma idealização. Por exemplo, a idéia de um espaço-tempo contínuo não pode ser considerada como estabelecido. Apesar de se considerar a existência de um limite superior aos números de partículas no universo ou que este está em expansão, na natureza aparece, somente, a idéia de um espaço e tempo finito. Este leva a conclusão de que um argumento da indispensabilidade que não considere a prática científica não é capaz de justificar a existência de muitos objetos matemáticos, visto que nem sempre podemos nos comprometer ontologicamente com muitos dos objetos matemáticos utilizados em processos científicos. Maddy sugere, em contrapartida, um argumento mais “responsável”, por levar em consideração o atual estado da Ciência. Mas, mesmo este não é capaz de justificar a crença na existência de muitos objetos matemáticos. As questões que ficam é se a Ciência pode ser considerada como árbitro da ontologia matemática e, caso sim, se o argumento da indispensabilidade é capaz de dar suficiente apoio a crença na existência de um número suficiente de objetos matemáticos. As dúvidas surgem ao se observar o modo como Ciência e Matemática operam.

Esta afirmação de Maddy surge porque, no seu entender,

“(…) Ciência não parece ser feita do modo que deveria ser se a inter-relação de Matemática e Ciência fosse como requer o argumento da indispensabilidade; em particular, Ciência parece não ser como deveria se, de fato, fosse o árbitro da ontologia matemática.”(Maddy, 1997, p. 154).

O exemplo vem da história da Ciência. Quando Galileu realizou suas experiências com o plano inclinado, ele fez mais que somente observar. Galileu mostrou que se poderia medir a distância que percorreria a bolinha de metal em um determinado intervalo de tempo. No experimento de Galileu surge à questão sobre quão pequena pode ser uma medida de tempo, ou ainda, se o tempo existe em um intervalo tão pequeno.

O movimento da bolinha pode ser representado por gráficos que relacionam espaço e tempo. Este tipo de representação pressupõe que o tempo pode, não somente, ser dividido infinitamente como percebido como tal. No dizer técnico da Matemática, o tempo é pressuposto ser denso e contínuo. Os físicos não se perguntam se a estrutura do tempo é realmente densa e contínua. Para eles, o que importa é que a representação seja funcional. Os físicos, no entender de Maddy,

“(...) parecem felizes em usar qualquer Matemática que seja conveniente e efetiva, sem interesse por suposições de existência matemática envolvidas (...) e, ainda mais surpreendente, sem interesse pelas suposições relativo a estrutura física pressuposta pela Matemática (...)”(Maddy, 1997, p. 155).

Para Maddy, a relação entre Matemática e Física ocorre de duas maneiras diferentes. Em algumas situações, apesar de existir a confirmação matemática da existência de um certo objeto físico, isto não é suficiente para que o mesmo seja aceito. Existe ainda a exigência, por parte de alguns cientistas, por uma confirmação empírica. A teoria pede uma verificação experimental que confirme o que foi estabelecido matematicamente. Por exemplo, apesar de existir uma confirmação matemática da existência de um planeta além da órbita de Netuno, devido às alterações em sua trajetória, este somente foi aceito após a verificação empírica de sua existência. Até então era

apenas uma possibilidade inferida por cálculos matemáticos. O mesmo dá-se com partículas atômicas na atualidade. Para alguns cientistas, partículas cuja existência ainda não foram confirmadas experimentalmente não deveriam ser consideradas. A confirmação de existência dada pela Matemática não é garantia suficiente para se ser, de fato, aceito. Por exemplo, na teoria do movimento, a Matemática pressupõe que o tempo seja denso e contínuo, porém este não é considerado como tal. E a discussão sobre a estrutura do tempo é mantida em aberto.

Na opinião de Maddy, isto significa que as afirmações matemáticas e físicas não desempenham o mesmo papel epistemológico. Para a Ciência, tanto as afirmações matemáticas de existência quanto aquelas acerca da estrutura físicas, não possuem o mesmo nível epistemológico. Existe sempre a exigência, por parte dos cientistas, de uma confirmação experimental, mesmo que sejam viáveis teórica e matematicamente. Para Maddy, a diferença entre o caráter epistemológico das afirmações matemáticas e físicas derruba parte do argumento da indispensabilidade, como proposto por Quine.

Nem sempre o fato de existir um certo comprometimento com objetos postulados por hipóteses matemáticas significa, em contrapartida, estar igualmente comprometido com objetos físicos e vice-versa. Em Maddy,

“(...) Eu penso que é justo dizer que nossas provas para objetos físicos comuns são o mesmo que estas provas mais fortes - se a existência de mesas e árvores não é verificada diretamente, o que o é? - mas, nós temos que, simplesmente, terminar por reconhecer, que a prova para objetos matemáticos não é como para estes, não é o mesmo que as provas ou para átomos ou objetos físicos comuns.”(Maddy, 1997, p. 156-157).

Maddy, em acordo com sua formação naturalística, resolve considerar uma maneira de “salvar” o argumento da indispensabilidade. Ela considera uma forma mais responsável deste argumento. Esta versão do argumento da indispensabilidade levaria em consideração a prática científica que nem sempre assume, como sendo real, um objeto que parece ser indispensável à melhor teoria que formulamos. Por isso, no entender de Maddy, apesar da necessidade de existir algumas partículas atômicas para se comprovar a validade de uma teoria, muitos cientistas não as aceitam ou simplesmente não as levam em consideração, até que experimentos confiáveis as comprovem. Por exemplo, apesar de serem postulados pela teoria do Modelo Padrões, a aceitação das partículas de Higgs dependem de experimentos a serem feitos no novo acelerador de partículas europeu. Contudo, os físicos não deixam de considerá-las em seus modelos teóricos.

Mesmo o argumento o argumento da indispensabilidade que considera tanto as idealizações quanto o que ainda não foi verificado experimentalmente, não é suficiente para “(...) garantir um comprometimento ontológico”(Maddy, 1997, p. 152) com objetos matemáticos. Maddy considera o fato de que mesmo um argumento mais responsável pode não ser suficiente para se manter um realismo teórico de conjuntos, como o que elaborou em 1990, por este depender do argumento de indispensabilidade. Na verdade, sua presente negação do argumento de indispensabilidade de Quine põe em dúvidas seu realismo teórico, pois este se mantém distante da prática tanto da Matemática quanto das Ciências naturais. Para Maddy, o argumento de indispensabilidade está em desacordo

com o modo de operar tanto de físicos quanto de matemáticos. E, apesar das modificações feitas, o argumento ainda não é capaz de se adequar ao modo como cientistas e matemáticos trabalham e elaboram suas teorias. Segundo ela, as dúvidas que pesam sobre o argumento de indispensabilidade e a diferença epistêmica entre a abordagem dada aos objetos matemáticos e físicos podem ser capazes de minar o argumento posto por Quine. Em suas palavras, “(...) A preocupação é que a não analogia epistêmica mine o fundamento do argumento original de Quine.”(Maddy, 1997, p. 156). Esta preocupação é viável, dentro da maneira como Maddy avalia o argumento de Quine. Ela verifica que as provas acessíveis a objetos diversos, tais como átomos, árvores e números não são do mesmo tipo, como argumentou Quine. Existe, segundo ela, uma diferença, de tal sorte, que as provas para os objetos físicos comuns (árvores, mãos, maçãs,...) não são do mesmo tipo que as exigidas para partículas atômicas. Do mesmo modo, não se pode dizer que as provas exigidas para os objetos matemáticos são as mesmas que para objetos físicos. Para Maddy, o fato de não existir uma analogia epistemológica entre os objetos matemáticos e físicos é marca de que a Matemática não pode ser considerada como dependente dos ditames da Ciência. A partir das observações da atividade de cientistas e matemáticos se percebe que “(...) a estratégia inteira de sustentação para a existência deles sobre a base de seu papel na Ciência falha.”(Maddy, 1997, p. 157).

Maddy admite que o problema esteja no próprio argumento da indispensabilidade. Se o adotamos no extremo, somos levados a concluir que matemáticos e cientistas devem, no mínimo, corrigir suas metodologias e procedimentos,

pois “(...) nem a Ciência nem a Matemática continuam em um modo consistente com a irrefutabilidade do argumento da indispensabilidade”;

(...), mas note: todas estas preocupações são afirmadas sobre conflitos com a prática atual da Matemática e Ciência natural, então um filósofo devotado ao realismo ou inabalavelmente convencido pelas considerações quineanas originais poderia concluir, de fato, que matemáticos e cientistas estão em erro, que eles deveriam corrigir seus métodos e procedimentos a luz destes variados critérios filosóficos.” (Maddy, 1997, p. 159 -160).

Contudo, apesar de discordar da abordagem dado pelo argumento da indispensabilidade, do modo como elaborado por Quine, Maddy não rejeita o naturalismo. Ela não considera a possibilidade de cientistas e matemáticos estejam cometendo um erro quanto as suas práticas. E que, portanto, deveriam modificá-las. No entender de Maddy, tal atitude seria inadmissível. No entanto, Maddy se mantém fiel ao espírito do naturalismo de Quine, ao admitir que somente matemáticos e cientistas são capazes de advogar sobre suas práticas.

A partir destas considerações, Maddy esboça um naturalismo que repousa sobre o naturalismo de Quine, mas que busca superar as suas dificuldades para com a prática matemática. Para ela, sua posição “(...) não é, em si mesmo, uma filosofia da Matemática; antes, ela é uma posição sobre a relação peculiar entre filosofia da Matemática e a prática dos matemáticos.” (Maddy, 1997, p. 161). Com isso, reafirma a independência da Matemática para com qualquer outro ramo do conhecimento. Para Quine, a Ciência era a única capaz de identificar e descrever a realidade e, igualmente, capaz de julgar seus procedimentos. O naturalismo de Quine tinha a tarefa de fazer um estudo científico da própria Ciência, sendo o método científico o único capaz de realizá-la.

As questões epistemológicas e ontológicas são tratadas por Quine como as questões científicas. A tarefa da epistemologia é explicar como, “(...) o ser humano, como descrito por fisiologistas, psicólogos, lingüistas, e demais, consegue um conhecimento confiável do mundo, como é descrito por físicos, guímicos, geólogos e assim por diante.” (Maddy, 2003, p. 3). Para a ontologia de Quine, somente existe o que for considerado cientificamente necessário para se explicar determinado fenômeno. As questões ontológicas são aquelas “(...) que são respondidas por Einstein e Perrin” (Maddy, 1997, p. 178). Portanto, se para explicar a quantidade de matéria no espaço é necessário recorrer a existência de uma “matéria escura”, e se esta resolve grande parte dos problemas referentes a esta diferença, então ela existe. O mesmo pode ser dito sobre conjuntos e números. Eles existem porque são necessários à nossas melhores teorias de mundo. Para o naturalismo de Quine, a Matemática é dependente da Ciência. Os objetos matemáticos existem em função das teorias científicas que fazem uso deles, ou seja, “(...) a justificação verdadeira para as diversas afirmações existenciais da Matemática deriva do papel da Matemática na Ciência.” (Maddy, 1997, p. 183).

Maddy irá divergir desta posição por considerar a Matemática uma ciência independente de quaisquer outras e capaz de ditar seus métodos, levando em consideração seus próprios objetivos e interesses. Enquanto que para Quine o apoio aos objetos e xiomias da Matemática são alcançados pela aplicação de métodos da Ciência, para Maddy, eles o são por aplicação de métodos próprios à Matemática. Em suas palavras: “(...) o quineano apóia $V = L$, aplicando os métodos da Ciência natural, enquanto que meu naturalismo rejeita-o, aplicando os métodos de ramos relevantes da Matemática

(...)” (Maddy, 2003, p. 29).¹⁶. A Matemática é considerada por Maddy uma atividade humana como outra qualquer e, como tal, pode servir de estudo para lingüistas, psicólogos, filósofos e demais pesquisadores. A Matemática deve respostas apenas a si própria, em acordo com seus métodos. Para Maddy, “(...) a Matemática não é refutável por qualquer tribunal extramatemático e não necessita de qualquer justificação além da prova e método axiomático.”(Maddy, 1997, p. 184). Além disso, a redução dos problemas epistemológicos da Matemática ao estudo de outros ramos do conhecimento, como a lógica ou Ciência natural não resolve a questão. Mesmo que fosse possível se construir uma teoria dos métodos científicos das ciências naturais não seria suficiente para se avaliar as questões de porque os argumentos matemáticos são confiáveis. Em Maddy, “(...) as idiosincrasias da teorização matemática requer uma atenção individual”.(Maddy, 1990, p. 148). Partindo destas críticas ao naturalismo de Quine é que Maddy pretende delinear uma nova versão de naturalismo. Ela tentará encontrar um modo de adequar a filosofia de Quine ao modo de operar de matemáticos. Em suas palavras: “(...) Quine está francamente tranqüilo com o desacordo entre seu argumento da indispensabilidade e a prática matemática (...) meu objetivo é delinear uma versão do naturalismo que evite estas conseqüências (...)” (Maddy, 1997, p. 182).

¹⁶ O axioma da construtibilidade ($V = L$) foi proposto por Gödel em 1938. Este axioma afirma que todo conjunto é construtível. Apesar de desempenhar um papel em investigações da teoria dos conjuntos, muitos teóricos não o tratam como expressando uma verdade sobre os conjuntos.

Naturalismo Matemático

Maddy, assim como Quine, inicia considerando a Ciência natural. A questão epistemológica passa a ser, “(...) como o ser humano, como são caracterizados pela Ciência, consegue o conhecimento do mundo, como ele é caracterizado pela ciência.” (Maddy, 1997, p. 183). Ao admitir os métodos e teorias da Ciência, percebe-se que a Matemática tem um papel fundamental no processo científico, apesar de possuírem métodos bem diferentes. A intenção de Maddy, em suas palavras: “(...) é preencher o rascunho deste naturalismo matemático e determinar estas conseqüências para a avaliação dos métodos matemáticos - como a decisão por candidatos a novos axiomas - e para a filosofia da Matemática.” (Maddy, 1997, p. 184).

Um dos pontos que Maddy buscará modificar será a idéia de que o senso-comum seria capaz de fornecer crenças básicas sobre a existência tanto de objetos físicos quanto matemáticos. Considerando-se a filosofia de Quine, temos que o senso-comum dita, de um certo modo, as crenças que temos sobre os objetos físicos. Segundo Quine, o senso-comum nos diz sobre a localização no espaço e tempo, a independência de nossos pensamentos e uma existência que não depende da observação, ou seja, que os objetos físicos existem como tais em qualquer lugar e tempo e não dependem de nossa observação, pensamentos e desejos. Por exemplo, o dicionário em cima da escrivaninha continua sendo um dicionário mesmo depois de eu ter saído da sala e apagado a luz. Eu tenho uma crença inabalável de que meu dicionário não vai deixar de existir após a minha

saída. Esta crença não é aprendida de maneira convencional. Ninguém mantém dúvidas sobre a existência ou não de um objeto físico que não esteja sendo observado. A questão é se podemos dizer o mesmo com relação aos objetos matemáticos. Será que alguém, confrontado com a questão sobre a existência de números como 1, 2, afirmaria que sim (ou que não) baseado apenas no senso-comum?

Segundo Maddy, o senso-comum pode, "(...) dizer-nos um conjunto amplo de coisas: que existem duas casas no Congresso; que $2 + 2 = 4$; que um triângulo tem três lados (...)" (Maddy, 1997, p. 185). Contudo, será capaz de nos assegurar a existência dos números 2 e 4? Para Maddy, esta crença não parece ser objeto de um senso-comum a partir do contato com as práticas de contar e medir. Parece que se requer algo diferente quando se trata de estabelecer a existência de números ou conjuntos. Quando se trata de objetos físicos não é difícil fazermos afirmações acerca de sua existência objetiva ou espaço-temporal baseados apenas no senso-comum. O problema é usarmos o mesmo método para basear nossas respostas sobre a existência de números e conjuntos. De acordo com Maddy, "(...) existe mais em Matemática do que suas teorias explícitas: há um nível de discussão na qual teorias são criadas e na qual escolhas entre alternativas teóricas são feitas." (Maddy, 1997, p. 186). Será neste nível de discussão que Maddy busca por respostas as questões ontológicas. Sua questão é justamente saber se a prática matemática é capaz de nos dizer o que existe (ou não) no campo matemático, da mesma maneira como Quine encontrou respostas a existência de objetos físicos no interior da própria Ciência. Para Maddy, a questão é descobrir se a Matemática e, somente ela, pode responder sobre suas questões ontológicas.

O construtivismo afirma que a Matemática é um produto da mente humana e, conseqüentemente, seus objetos e atributos são determinados pelo pensamento. Maddy rejeita esta posição por considerar que o sucesso dos axiomas garantiria apoio suficiente ao realismo. Pois, objetos, classes ou conceitos construídos como é proposto por filósofos construtivistas não possuem todas as “(...) propriedades requeridas para seu uso em Matemática.” (Gödel, 1944, p. 131). Em Maddy, existe uma margem para se estabelecer uma outra maneira de se buscar respostas às questões ontológicas e epistemológicas. Em suas palavras:

“(...) o naturalista tem algum motivo para esperar que aquela orientação ontológica poderia ser encontrada aqui, que algumas questões filosóficas tradicionais podem ser naturalizadas em Matemática como elas foram as Ciências naturais.” (Maddy, 1997, p. 187).

O problema levantado por Maddy é que ao migrarmos para debates envolvendo considerações metodológicas (de como e quais axiomas devem ser aceitos ou não) nos deparamos com a prática do matemático. Para este, o que realmente importa é se o axioma cumpre com sua função na teoria. O matemático não exige, por exemplo, provas de existência para os objetos, nem que os axiomas tenham um conteúdo real. Para Maddy, “(...) os debates metodológicos têm sido determinados, mas os filosóficos não (...)” (Maddy, 1997, p. 191). Disto se conclui, que nossa busca por respostas a questões metodológicas devem partir das “(...) necessidades e objetivos da própria prática Matemática.” (ibid.) e não de considerações filosóficas sobre seus objetos. O problema torna-se de um lado, as questões metodológicas e de outro, as filosóficas (se devemos

adotar o realismo ou o construtivismo). A conclusão a que Maddy chega é que considerações filosóficas nada têm, a seu ver, com o que justifica a prática dos matemáticos. Os métodos usados por matemáticos nada têm a dizer sobre a natureza dos objetos postulados, mas apenas que alguns existem. O mesmo vale para as questões epistemológicas, ou “(...) E o que se aplica a ontologia aplica-se a epistemologia: nenhuma parte da prática matemática diz-nos da percepção humana e de sua aquisição de crenças matemáticas ” (Maddy, 1997, p. 192).

Diante deste quadro, Maddy assevera que não podemos dizer que considerações de cunho platônico ou construtivista são os responsáveis pela adoção de novos teoremas ou axiomas. Apesar de matemáticos, como Gödel, admitirem que sua visão filosófica tornou mais fácil a descoberta de teoremas, um naturalista não pode aceitar que o realismo seja a justificativa para tais descobertas. Para Maddy, a justificativa parte “(...) dos frutos matemáticos destes métodos, começando com os teoremas do próprio Gödel.” (ibid.). A justificativa é a adoção de métodos profícuos e não de inspirações filosóficas. O sucesso de métodos inspirados por considerações filosóficas não é, sob o ponto de vista naturalista, suficiente como sustentação a estas posições filosóficas. A intenção de Maddy é naturalizar a Matemática, assim como Quine, naturalizou a Ciência. O naturalismo de Quine parte do princípio de que somente a Ciência pode ditar métodos a si própria. A filosofia é, no mínimo, contínua a Ciência. Para Quine, os únicos métodos válidos são os da Ciência. Questões ontológicas e epistemológicas somente têm sentido no interior de um debate científico. Com isso, ele nega qualquer tentativa que vise encontrar um fundamento mais seguro à Ciência. Tanto as questões epistemológicas quanto

ontológicas são tratadas por Quine como questões científicas. Para Quine, a filosofia nada tem a dizer à Ciência, pelo contrário, ambos “estão no mesmo barco”. Cabe ao filósofo juntar-se aos cientistas e usar os mesmos métodos. O problema, como já foi visto, é o argumento da indispensabilidade que sustenta o naturalismo de Quine.

Para que Maddy consiga naturalizar a Matemática, questões como “os objetos matemáticos existem?” ou “os objetos matemáticos são espaços-temporais?” precisam encontrar uma justificação interna a prática Matemática, já que, aparentemente, estas questões são externas à prática de matemáticos. Para tanto, Maddy precisa buscar por algo que indique os limites entre a Matemática e outros ramos do conhecimento, no caso, Ciência e Filosofia. Como não há como se estabelecer um princípio que possa estabelecer uma distinção entre o que é matemático ou filosófico, Maddy planeja “(...) construir um modelo de prática naturalizada.” (Maddy, 1997, p. 193). Desta forma, questões das práticas Matemáticas tidas como irrelevantes para Quine, passam a ser mais bem considerada. Sua proposta é que “(...) este modelo purificado e ampliado proporciona um quadro exato da estrutura justificativa vigente da teoria de conjuntos contemporânea e que esta estrutura justificativa é perfeitamente racional.” (Maddy, 1997, p.194). Sua intenção, neste caso, é eliminar toda e qualquer questão que for irrelevante metodologicamente e analisar apenas as que restarem.

O foco de seu naturalismo, portanto, é o método matemático. O filósofo que seguir este caminho deve agir do mesmo modo como um matemático. A diferença será dada pelo fato que ele será guiado em sua escolha por argumentos válidos, “(...) pelo resultado de análises históricas prévias.” (Maddy, 1997, p. 199). A partir desta análise, ela descarta

aqueles argumentos que se mostrarem irrelevantes e evita aqueles que se revelarem como “distrações”. Com isso, ela visa estabelecer ou influenciar o consenso e, assim, “(...) encorajar o progresso.”(ibid.).

Maddy estabelece quatro pontos como meios para alcançar seus objetivos naturalísticos. Resumidamente são eles: a construção de um modelo naturalizado da prática, que examinaria os arcabouços históricos; avaliação dos argumentos implícitos à prática, permitindo uma descrição da mesma; testar os modelos empiricamente e validar os argumentos racionalmente, o que produziria um “certificado da racionalidade prática”(ibid.). Contudo, isto não significa que a filosofia da Matemática estaria imbuída da obrigação de criticar ou defender as escolhas feitas por estudiosos da Matemática. Maddy é enfática em dizer que não cabe ao filósofo ou ao cientista ditar regras ou escolhas à prática matemática. No que ela está em acordo com o naturalismo tradicional de Quine. Mesmo sua versão do naturalismo, segundo ela, não possui argumentos que “(...) providenciem base para protestos”.(Maddy, 1997, p. 198). Isto não significa que a opinião do matemático deva ser considerada com sendo inquestionável. Mantendo a tradição quineana, Maddy afirma que não, pois “(...) as opiniões de qualquer especialista particular ou grupo de especialistas são objeto de críticas, enquanto que essas críticas usem métodos científicos, não extracientíficos”.(Maddy, 1997, p. 197). Contudo, Maddy admite que a maneira como Quine expõe esta distinção é por demais simplista. Porém, ela não se propõe a estabelecer uma melhor, por considerar uma questão que envolve demasiada dificuldade. Seu foco é a prática do especialista em Matemática e mesmo que este esteja sujeito a erros, estes serão de “(...) identificação dos objetivos e não a escolha

de objetivos”.(Maddy, 1997, p. 198). Maddy admite que seu naturalismo é “(...) mais um método do que uma tese”.(Maddy, 1997, p. 200). Maddy considera-se um “naturalista metodológico” e pretende “(...) iluminar os debates metodológicos contemporâneos” (ibid.), retirando das discussões questões irrelevantes. Sua proposta é “(...) um modelo naturalizado da estrutura justificativa subjacente à prática que pode, então, ser testada empiricamente”.(ibid.). Desta maneira, Maddy assume sua opção pelo método matemático e o respeito a prática dos matemáticos, ao considerá-los os únicos capazes de providenciar razões a escolha de um determinado axioma ou teorema. Sob esta visão, questões como da causalidade passam a ser de domínio das ciências físicas, sendo que a Matemática “(...) nada tem a dizer sobre este domínio”.(Maddy, 1997, p. 204). Além disso, a Matemática é:

“(...) surpreendentemente útil, aparentemente indispensável à prática da Ciência natural, (...). Como resultado, uma parte do entendimento da Ciência, com a Ciência, é o entendimento do que é a Matemática, o que ela faz à Ciência quando é usada em aplicações e porque faz este trabalho tão bem.”(Maddy, 1997, p. 204 - 5).

Isto é o que diferencia, segundo Maddy, a Matemática e demais estudos científicos das pseudo-Ciências. A Matemática não tem nada a dizer a respeito da causalidade, porém isto não significa que postule uma relação causal de um tipo diferente daquela proposta pelas Ciências físicas. A Matemática não entra em conflito com a Ciência que temos atualmente. Pelo contrário, alguns dos objetivos da Ciência, bem como da Matemática, surgem de uma relação estrita entre ambos. Devido a isto a Matemática não está sujeita a um exame por parte da Ciência. A Matemática pode, portanto, ser

colocada em uma posição onde não necessite sofrer ações corretivas. Será desta relação entre Matemática e Ciência que incentivará objetivos matemáticos que aparentemente não tem nenhuma base prática. O que torna inviável o argumento de Quine de que a única Matemática aceitável é a que tem alguma aplicação prática. Para Maddy, a Matemática em si mesma é capaz de prover os motivos para a escolha deste ou daquele objetivo. Pois, "(...) Enquanto o realista se encarrega em determinar a verdade ou falsidade das afirmações da teoria dos conjuntos independentes do mundo objetivo dos conjuntos, o metodologista naturalista ignora esta discussão para, em seu lugar, concentrar-se sobre as vantagens e desvantagens dessas afirmações como meio para objetivos particulares".(Maddy, 1997, p. 233). A intenção de Maddy é ao construir um "modelo naturalizado da prática" mostrar que existe uma resposta alternativa ao realismo matemático que tem dado sinal de ser incapaz de incorporar "(...) os problemas da fundação da teoria dos conjuntos contemporânea".(ibid.). Para tanto, sua versão do naturalismo de Quine, encara a Matemática como única, "(...) e que nós temos razões para estudá-la como é, e o estudo dos métodos da Matemática atuais, que inclui a Matemática pura, rapidamente revela que a Matemática moderna tem, também, seus próprios objetivos".(Maddy, 1997, p. 205). Com isso Maddy faz uma mudança radical entre o que expõe no livro *Realism in Mathematics* e o que pode ser lido em *Naturalism in Mathematics*. Neste livro, ela passa a rejeitar a visão realista de Matemática, pois ao por sob um exame mais acurado tanto o argumento da indispensabilidade quanto o holismo de Quine como meios de justificá-lo, Maddy percebe que existe uma "(...) tensão entre o argumento da indispensabilidade de Quine e o naturalismo" (Maddy, 1997, p. 182).

Segundo ela, os objetivos da Matemática não são afetados pelo modo como são encarados pela Ciência natural. A aplicabilidade da Matemática não é afetada por sua metodologia. A verdade das teorias matemáticas não dependem de sua aplicabilidade. Para o cientista, o que realmente importa é que a teoria matemática utilizada seja capaz de realizar sua tarefa. Ele parece não se importar com a verdade da teoria utilizada. Deste modo, “(...) desde que nós não temos razões para acreditar que as entidades postuladas pela teoria (Matemática) são reais”. (Colyvan, 2004, p.5). O naturalismo matemático de Maddy é a busca por uma maneira de solidarizar-se com a prática dos cientistas que “(...) aparentemente não acreditam em todas as entidades postuladas por suas teorias” (ibid.). Portanto, para Maddy, o papel que a Matemática ocupa na Ciência natural “(...) não parece apoiar a afirmação que coisas matemáticas existem” (Maddy, 2003, p. 34). Para Maddy, cabe ao naturalista ignorar questões metafísicas externas à Matemática e dar atenção às questões e razões internas e que podem ser solucionadas por uma ou outra abordagem. (Maddy, 2003, p.29).

VII

CONCLUSÃO

Ao longo desta dissertação, vimos diferentes maneiras de se encontrar uma resposta aos problemas ontológicos e epistemológicos herdados do platonismo clássico. A definição dos objetos matemáticos como sendo eternos, imutáveis e além do tempo e do espaço criou um problema que não tem, aparentemente, uma solução. Contudo, a visão de números mutáveis e passíveis de sofrerem interações causais cria tantos problemas quanto vê-los da maneira platônica. O estabelecimento de uma definição platônica da natureza dos objetos matemáticos é de tal forma abrangente e frutífera, que ninguém conseguiu, ainda, encontrar uma outra que fosse igualmente eficaz. Esta definição criou não somente o problema da existência e do modo como existem os objetos matemáticos, mas, também, a questão de explicar o conhecimento matemático que possuímos.

As duas questões se interpenetram de tal maneira que fica difícil tentar responder a uma sem fazer referência à outra. A resposta dada à questão ontológica interfere diretamente na teoria do conhecimento que estabelecerá o modo como nos relacionamos com os objetos em questão. Do mesmo modo, ao sermos capazes de explicar como

sabemos que um objeto é de fato o caso possibilita a determinação do tipo de objeto com que estamos lidando, bem como dos atributos que lhes podem ser imputados.

Pelo argumento de Benacerraf, o fato de os objetos matemáticos serem aceitos como abstratos nos dificulta a justificação do conhecimento matemático, isto se entendermos conhecimento como sendo uma crença verdadeira e justificada. Porém, os objetos matemáticos são considerados casualmente inertes. Eles não estabelecem interações causais com o sujeito, contudo a teoria do conhecimento mais aceita, parte do princípio de que se sei algo é porque estabeleço uma relação causal adequada com o objeto. O conhecimento requer um tipo de conexão entre a crença e o objeto da crença. Posto de outro modo, uma crença verdadeira deve ser apropriadamente causada pelo objeto que a produziu. Por exemplo, a árvore em frente a minha janela produz uma gama de estimulações sensoriais que me permitem admitir que existe uma árvore do lado de fora de meu quarto e que esta não é uma miragem, alucinação ou ilusão de ótica. No que se refere a objetos matemáticos esta afirmação não pode ser feita. Não podemos ver, cheirar ou tocar um número ou conjunto. Apesar de que podemos dizer que a proposição (p) “2 é um número” é verdadeira e que acreditamos em p , como sendo o caso, não há como justificar minha crença. Não há como explicar como eu estabeleço uma relação com o “2” de modo a ser capaz de dizer que ele é um número.

A definição de objetos matemáticos como abstratos impõem uma séria questão à teoria do conhecimento, pois a possibilidade de que o sujeito S está justificado em crer na proposição p é uma das condições que estipulamos para aceitar algo como sendo conhecimento. Normalmente, o conhecimento é esquematizado da seguinte forma:

S sabe que p se e somente se ,

(*i*) p é verdadeiro;

(*ii*) S crê que p é o caso e

(*iii*) S está justificado em crer em p .

As condições (*i*) e (*ii*) não impõem grandes problemas para as proposições matemáticas, pois para serem consideradas válidas elas devem ser verdadeiras e o sujeito deve acreditar nessa verdade. Em caso contrário, não se pode se dizer que temos conhecimento. Já no caso da condição (*iii*) o quadro é diferente. O conhecimento somente é considerado como tal, se o sujeito S for capaz de dar uma razão para a sua crença em p . O que S alega saber não pode ser um mero caso de sorte ou palpite feliz. O argumento de Benacerraf mostra que os objetos matemáticos são um tipo de coisa sobre as quais não podemos ter conhecimento, já que não podemos dar as razões de porque acreditamos neles. Podemos determinar sua área de ação, seu comportamento, sua extensão, tamanho (mesmo que admitamos o infinito). Qualquer um que tenha tido contato, mesmo que mínimo, com a Matemática é capaz de identificar um número, realizar algumas operações e se perguntado sobre o que está fazendo é capaz de dar uma resposta. Por esse motivo, alguns filósofos admitem que o fato de a Matemática se capaz de dar resultados que têm algo a ver com a realidade, e que estes produzam outros igualmente frutíferos é suficiente como justificação para a Matemática.

Para Quine, a resposta não estará em se negar um ou outro aspecto da definição realista das questões ontológicas e epistemológicas da Matemática. Mas, a aceitação de que nossas melhores teorias de mundo necessitam destes tipos de objetos. Na sua concepção, se nossa melhor teoria de mundo coloca a necessidade de um determinado objeto, então todo aquele que aceita a teoria deve, igualmente, aceitar a existência dos objetos postos, independentemente de sua natureza (abstrata ou concreta). Deste modo, se justifica a existência de números, conjuntos, hipercubos. Quem aceita a teoria, segundo a filosofia de Quine, não pode simplesmente descartar ou encarar como mera possibilidade, a existência do objeto posto por ela. Um cientista não pode acreditar e aceitar o Modelo Padrão da Física de partículas e não crer nas partículas e forças elementares que o compõem. Aceitar a teoria é se comprometer com os objetos postulados. O mesmo vale para a Matemática. Pois se aceitamos teorias físicas que necessitam de números, conjuntos, então temos que aceitar a existência de números e conjuntos. Não podemos ser realistas quanto à Física e não o ser com relação à Matemática. Isto é válido, porque os objetos postulados por uma teoria - matemáticos ou físicos - são indispensáveis à mesma. Por exemplo, não posso acreditar na origem do universo a partir do Big Bang, sem crer na ocorrência do evento Big Bang. A explosão é indispensável à teoria de origem do universo. A crença que possuímos acerca deste fato nos compromete com ele. Mesmo existindo várias teorias sobre a origem do universo por meio de uma explosão, nós não podemos negar que algo como uma explosão ocorreu. Nós nos comprometemos com os objetos postulados pela teoria, pois a sua confirmação empírica, confirma, igualmente, tudo o que faz parte da teoria. Se para a teoria do Big Bang existe uma confirmação empírica, então não posso negar a existência de tal evento

na origem do universo. Seguindo o mesmo raciocínio, se a teoria do Big Bang estiver envolvida uma parte Matemática, esta também será confirmada pelo experimento que confirma a teoria física. O que nos faz comprometidos, igualmente, com a Matemática envolvida. A mesma evidência usada para justificar a parte empírica da teoria é utilizada para justificar a parte Matemática. Contudo, isto vale somente àqueles elementos ou objetos matemáticos utilizados pela teoria. Não temos a necessidade de nos comprometermos com todos os objetos matemáticos. Para Quine, isto é possível porque a Ciência é capaz de dizer tudo sobre o mundo, de tal modo que somente meios científicos são aceitos como para determinar o que existe. A filosofia de Quine surge "(...) de um profundo respeito a metodologia científica e reconhecimento do sucesso inegável desta metodologia como um meio de se responder as questões fundamentais sobre a natureza das coisas. (...) Naturalismo, então, nós dá uma razão para acreditar nas entidades de nossas melhores teorias científicas e não em outras." (Colyvan, 2004, p. 3). Filosofia e Ciência, segundo Quine são interdependentes, não existindo uma hierarquia entre elas, de modo que a Filosofia não pode ditar regras à Ciência ou vice-versa. Visto deste modo, a necessidade da condição causal fica em segundo plano e passa a ser considerado, no que se refere ao conhecimento matemático, um erro.

Neste âmbito, temos a teoria de H. Field, que em posição oposta ao naturalismo de Quine, considera que o modo de se resolver o problema do conhecimento matemático é, simplesmente, retirar a parte matemática das teorias científicas. Deste modo, nós não precisaríamos explicar o que são e o que fazem estes objetos no interior das teorias. A Matemática, nesta visão filosófica, é mais uma "história bem contada". Os elementos ou

objetos utilizados são reais e cumprem funções apenas no interior da própria Matemática.

Para Field, os objetos matemáticos não são indispensáveis à Ciência, como propôs Quine. Eles podem ser eliminados das explicações científicas originando uma Física teórica sem apelo a tais objetos. O motivo seria o fato de que somente uma parte pequena da Matemática é utilizada pela Ciência. Nossas crenças matemáticas ficam restritas a uma pequena parte, todo o restante ao limbo. Portanto, se somente uma parte da Matemática é aplicável às Ciências empíricas, então não haveria problema algum em eliminá-las das teorias científicas. Muitos matemáticos não concordariam, provavelmente, com esta posição.

Com a eliminação dos objetos matemáticos do interior das teorias científicas, fica resolvido o problema posto por Benacerraf. A Matemática não tem que explicar por que e como temos conhecimento matemático, bem como a natureza dos objetos postulados por ela. As afirmações matemáticas são verdadeiras na medida em que está em acordo com a “história Matemática” padrão. Field tenta evitar o realismo eliminando os objetos matemáticos da Ciência, transformando a Matemática em uma história, onde suas teorias são verdadeiras na medida em que obedecem às leis matemáticas. A afirmação “ $2 + 2 = 5$ ” não pode ser considerada verdadeira, pois não está em acordo com a Matemática padrão, assim como “o Chapeleiro Maluco vive em Lilibut” foge tanto do que é contato em “Alice no País das Maravilhas” quanto nas “Viagens de Gulliver”. Contudo, não é aceitável se dizer que uma sentença Matemática é verdadeira simplesmente porque obedece a regra de uma história padronizada. Negar isto é aceitar o fato de que os números “2”, “4” e a operação de “+” são o resultado do significado que foi dado a “2”, “4” e “+”. A crítica

possível de ser feita é que podemos encontrar objetos matemáticos diferentes e que satisfazem os mesmos conceitos. O mesmo não pode ser dito em uma história. Não é possível trocar Hamlet por Otelo e ao mesmo tempo querer que a história seja mantida, porém posso manter Otelo e alterar a história. Não existe, em tese, uma razão que o proíba. Do mesmo modo não existe nada, novamente, em tese, que proíba que “2”, “4” e “+” possam ser personagens em uma outra “história” Matemática. A questão é como podemos verificar qual Matemática pode ser considerada a “padrão”? O que faz com que “ $2 + 2 = 4$ ” seja o “personagem” correta e não “ $2 + 2 = 5$ ” ?

As teorias tentam explicar o conhecimento matemático, levando-se em consideração, tanto uma natureza abstrata quanto uma concreta aos objetos matemáticos ou, então partem para a negação da existência de tais objetos. Quine mantém a natureza abstrata dos objetos matemáticos, mas transfere a justificação do conhecimento à Ciência empírica. Field, por outro lado, simplesmente exclui os objetos matemáticos da Ciência e não lhes confere qualquer atributo externo, a não ser o que possui no interior da própria Matemática. Quero, neste ponto, discutir algumas outras opções na tentativa de mostrar que, a despeito da força do realismo, não existe uma explicação satisfatória para o fato de que possuímos crenças que não conseguimos justificar acerca de objetos sobre cuja natureza não fomos capazes de definir com precisão.

Partindo-se do princípio de que possuímos algum conhecimento matemático, passemos à avaliação de como seria possível justificá-lo por meio das diferentes respostas possíveis ao problema da natureza dos objetos matemáticos. O primeiro quadro que podemos obter é admissão da existência de objetos matemáticos abstratos.

Para os realistas, os objetos matemáticos são abstratos e existem objetivamente sendo independentes de qualquer pensamento que o sujeito possa ter sobre eles. A tarefa do matemático é descobrir e descrever estes objetos. Os objetos matemáticos não estabelecem relação alguma com o mundo físico, mas apenas uns com os outros e de uma maneira que é essencial e imutável. Por exemplo, posso comparar um número com outro somente porque o sistema numérico do qual eles fazem parte assim o permite. Gödel e Maddy (em sua primeira fase) podem ser incluídos neste esquema. Para realistas, como Gödel, o conhecimento de objetos abstratos é possível devido a um tipo de percepção que se assemelha à nossa capacidade de perceber objetos físicos. Para o realismo, nós não podemos conhecer objetos abstratos do mesmo modo que conhecemos objetos concretos. Nós necessitamos de uma percepção especial. Para Gödel, a intuição Matemática é tão confiável quanto a percepção sensorial. Não existe um motivo para se confiar mais em uma do que na outra, pois do mesmo modo que a percepção sensorial postula os objetos físicos como um meio para a determinação de teorias que satisfaçam nossos sistemas teóricos. O mesmo pode ser dito da intuição matemática, com relação a postulação de objetos que satisfaçam os sistemas numéricos.

O realista não concorda com a idéia de que a teoria causal seja aplicável a todo e qualquer tipo de conhecimento. Para J. Katz, a generalização da teoria causal impede que o realista possa dar uma explicação à questão epistemológica da Matemática, contudo “(...) isto não mostra que nós não podemos alcançar o conhecimento de objetos abstratos, somente que não podemos vir a saber deles *do modo* que devemos de objetos

concretos, que é *por meio* de uma conexão entre nós e o objeto do conhecimento.” (Katz, 1995, p. 493). Segundo ele, a teoria causal do conhecimento aplica a todo conhecimento a condição empirista de que “(...) todo conhecimento depende da experiência (a condição de justificação não pode ser encontrada se experiências de algum tipo)” (ibid.). Assim como o realista, o empirista também não tem uma resposta à questão do conhecimento de objetos físicos, pois não consegue explicar como estabelecemos uma conexão com os objetos que nos rodeiam. Segundo a teoria da percepção, nós adquirimos informações sobre o mundo por meio dos nossos cinco sentidos. Pelos sentidos nós nos familiarizamos com os objetos a nossa volta e podemos, em princípio, dar informações acerca deles. Por exemplo, posso dizer a forma, cor, textura, aroma das folhas da árvore que fica em frente a minha janela. Mas, mesmo a teoria da percepção requer, ainda, maiores esclarecimento. Se existe um ‘mistério’ envolvendo a aquisição de conhecimento de objetos abstratos, o mesmo pode ser dito do conhecimento empírico. Nem sempre estamos certos sobre o que percebemos. Mantidas as devidas condições, necessárias a percepção de objetos físicos, nós podemos nos perguntar se o que percebemos é, de fato, o que pensamos perceber. Por exemplo, ao visualizar uma pessoa na rua, nós podemos supor, corretamente, que vemos um amigo. Contudo, ao nos aproximarmos constatamos o engano. Pode ser um sócia, um irmão gêmeo desconhecido para nós, mas de qualquer maneira nossos sentidos foram enganados. Aliás, a possibilidade de termos percepções errôneas faz com tenhamos dúvidas acerca das crenças adquiridas por meio da percepção. A teoria da percepção deve explicar como podemos perceber e não perceber ao mesmo tempo.

Ao supormos a percepção como o meio pelo qual podemos obter conhecimento do mundo físico nos remete a um tipo disfarçado de realismo. Na verdade, partimos da idéia de que os objetos existem e são percebidos de um modo direto, que não requer qualquer tipo de justificativa. Eles existem do mesmo modo que os objetos matemáticos, independentemente de nossos pensamentos. Existe, mesmo que aparentemente, uma analogia entre o modo que pensamos os objetos físicos e os matemáticos. Nós transferimos a objetividade dos objetos físicos para os matemáticos e tentamos tratá-los do mesmo modo. A negação remete, obviamente, a algum tipo de ceticismo. Porém, não podemos negar que a generalização da teoria causal a toda e qualquer forma de conhecimento requerem um maior cuidado, pois a despeito de nossos esforços em trazer os objetos matemáticos para o nosso mundo espaço-temporal, estes não se encaixam a ele do modo como gostaríamos que se encaixassem.

A questão sobre a percepção tem a ver com o tipo de objeto que é postulado e como podemos justificar nossa crença em tais objetos. Será a teoria de uma relação causal apropriada entre sujeito e objeto capaz de justificar a crença de que vejo um velho amigo na rua ou a caneta em minha mesa? Podemos gerar alguns exemplos que mostram que não é tão difícil nos colocarmos em erro, pelo menos em princípio, mesmo em se tratando da percepção. Uma objeção seria que o objeto, no caso o sujeito “reconhecido” na rua foi dado, de algum modo, a nossa percepção. Foi percebido pelo sujeito S um outro sujeito Q. Mas, a questão está em como posso justificar a crença de que S viu Q e o tomou por um amigo. A idéia não é admitir que não temos conhecimento de espécie alguma, mas mostrar que a teoria causal do conhecimento deixa margem a dúvidas até

mesmo onde sua aplicação parece adequada. Não há como mostrar que o objeto percebido é de fato o que gera a crença nem que o processo perceptivo é tanto correto quanto confiável. A questão é “(...) como experiência sensorial providencia uma razão para o pensamento de que crenças perceptivas são verdadeiras” (BonJour, 2002, p. 18). A afirmação de que não podemos ter conhecimento de objetos abstratos pode ser estendida a objetos físicos.

A maneira como os filósofos realistas justificam crenças em objetos matemáticos também não é satisfatória. Por exemplo, para Gödel haveria “algo como uma percepção” que seria responsável pelas verdades matemáticas mais simples e que por meio destes todo o conhecimento matemático seria inferido. O fato de que por dois pontos passa uma e somente uma reta seria um das verdades simples que levaria a possibilidade de se inferir todo um conhecimento geométrico. Para realistas, como Gödel, este tipo de “percepção” seria o caminho a um tipo especial de conhecimento - o de objetos abstratos - causalmente inertes. Fica a questão de como se processa esta “percepção”. Para eles, a condição causal não faz parte do processo de conhecimento. A justificação de uma crença matemática depende de um “estado mental”. O sujeito “sabe” que p é o caso de um modo que não pode ser justificado externamente. Não é necessário que a crença surja de uma prova que parte de um processo cognitivo confiável, mais que estamos justificados quanto a este saber, em qualquer momento e lugar. O sujeito está justificado internamente em sua crença. Por exemplo, não há como explicar porque entre dois pontos qualquer passa uma única reta. Este fato simplesmente “salta aos olhos” e o sujeito sabe disto por refletir sobre este estado mental. O que torna sua crença em pontos e retas é a

existência desta condição interna. Qualquer outra construção entre dois pontos qualquer produz um resultado que é intuitivamente implausível. Os filósofos que negam a necessidade de se adequar a teoria causal ao conhecimento matemático, o fazem por julgar que não existe uma versão adequada da teoria que permita às relações matemáticas serem consideradas como causais.

Nenhuma, destas abordagens, consegue decidir sobre qual é a natureza tanto dos objetos matemáticos quanto do conhecimento que possuímos acerca deles. Para Maddy, em sua primeira fase, os objetos matemáticos são considerados como parte do mundo físico. Para ela, conjuntos podem ser percebidos e ocupam o espaço onde são percebidos. Portanto, se percebo por meio de meus sentidos duas canetas em minha escrivaninha, então também posso perceber o conjunto composto por dois elementos (canetas) e que ocupa o mesmo lugar das minhas canetas como objetos físicos individuais. O problema é que para cada objeto físico pode existir uma gama variada de diferentes tipos de conjuntos, ocupando todos o mesmo espaço e tempo. A distinção entre várias instâncias dos conjuntos se faz por meio do conhecimento de uma estrutura, única a cada um dos conjuntos possíveis, e que permite responder as questões sobre estes diferentes conjuntos. A tentativa de Maddy de trazer os objetos matemáticos para o mundo físico não resolve a questão sobre como temos conhecimento destes objetos, pois ainda é mantida uma instância não física deles. (Balanguer, 2004, p.6).

Pergunto-me se as questões epistemológicas e ontológicas na filosofia da Matemática não impõem um limite à nossa capacidade de decidir sobre a natureza de objetos que não interagem com o sujeito, mas que ocupam um papel central em muitas de

nossas atividades cotidianas ou, mesmo, sobre que tipo de conhecimento possuímos deles. Isto não quer dizer, que não possuímos hipóteses ou teorias, mas apenas que não conseguimos encontrar uma explicação satisfatória para o conhecimento matemático que alegamos possuir. De um certo modo, creio que seja difícil de se encontrar a solução a estes problemas, pois esbarra no fato de termos de negar uma das premissas que estabelecemos para respondê-las, ou seja, se aceito os objetos matemáticos como abstratos, não consigo responder a questão epistemológica e vice-versa. Qualquer das posições tomadas cria uma laguna e, algumas vezes, um problema maior (ou diferente) que o que se busca responder. A resposta, talvez, esteja em se formular melhor as questões ou em alguma descoberta que ainda não foi feita ou em algo que ainda não foi pensado. Quem sabe, a questão esteja apenas em se colocar a pergunta sem importa-se com a resposta, mas somente com as possibilidades que se abrem ao se buscá-la.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Annas, J. *Aristotle's Metaphysics - Book M and N*, Oxford, Clarendon Press, 1976, p. 3-41.

Balaguer, M. Platonism in Metaphysics in *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Ed. Edward N. Zalta, 2004, www.plato.stanford.edu/fall2004/entries/platonism/>

Barker, S. F. *Filosofia da Matemática*. Trad. Leônidas Hegenberg e Octanny S. da Mota. Rio de Janeiro, Zahar Editores, p. 94 -109.

Becker, O. *O Pensamento Matemático - Suas Grandezas e seus Limites*. São Paulo, Ed. Herder, 1965. Cap. 1, p. 11 - 27.

Benacerraf, P. *Mathematical truth* in Benacerraf, P. e Putnam, H.(ed.) *Philosophy of Mathematics*. Cambridge, Cambridge University Press, 1983, p. 403 - 420.

Benacerraf, P. Putnam, H. *Philosophy of Mathematics - selected Readers*, Anglewood Ceff, Prentice-Hall, 1964, Introd., p. 1 -27.

Bergström, L. *Quine*. in Newton-Smith, W. H. (ed.) *A Companion to the Philosophy of Science*, 2000, Cap. 56, p. 385 - 389.

Bernays, P. *On platonism in mathematics*. in Benacerraf, P. e Putnam, H. (ed.) *Philosophy of Mathematics*. Cambridge, Cambridge University Press, 1983, p.258 - 271.

Blanchette, P. A. *Frege and Hilbert on consistency*. in *The Journal of Philosophy*. Vol. XCIII - nº 7 - jul. 1996.

BonJour, L. *Epistemological Problems of Perception* in *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Ed. Edward N. Zalta, 2001, www.plato.stanford.edu/archives/fall2001

[/entries/perception-episprob/](#)>

Brun, J. *Platão*. Trad. Filipe Jarro. Lisboa, Publicações Dom Quixote, 1985. p. 69 - 75; 99 -109.

Burgess, J. P. *Occam's razor an scientific method* in Schirn, M. (ed.) *The Philosophy of Mathematics Today*. Oxford, Clarendon Press, 1998. Cap. 7, p. 195 - 214.

Colyvan, M., *Indispensability arguments in the philosophy of mathematics*, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2003. www.plato.stanford.edu/entry/indispensability/

Detlefsen, M. *Brouwerian Intuitionism*, in *Mind - A Quarterly Review of Philosophy*. Vol. XCIC - nº 396 - out. 1990. Oxford, Oxford University Press.

Field, H. *Realism, Mathematics & Modality*. Oxford, ED. Blackwell, 1989. Cap.1, p. 1-30.

_____ *Science without Numbers*, Princeton, Princeton University Press, 1980.

Gettier, E. *Is Justified True Belief Knowledge?* in *Analysis*, 1963 repr. E. Sosa e Y. Kirn (org.) *Epistemology - An Antology*. Oxford, Blackwell, 2000. Cap. 7, p. 58 - 59.

Gödel, K. *Algunos teoremas básicos sobre los fundamentos de la Matemática y sus implicaciones filosóficas*. in Consuegra, F. R. (org.), *Ensayos Inéditos*, Biblioteca Mondadori, 1994. Cap. 5, p. 149 - 178.

Goldschmidt, V. *A Religião de Platão*. Trad. Pereira. O. P. e Pereira, I. P.2ª ed. São Paulo, Difel, 1970.

Grayling, A. C. *Epistemologia*, in *Compêndio de Filosofia*, orgs N. Bunnin e E. P. Tsui-James, São Paulo, Ed. Loyola, 2002.

Hylton, P. "W. V. Quine, in Newton-Smith, W. H. (ed.) *A Companion to the Philosophy of Science*, 2000, Cap. 16, p. 181 - 204.

Katz, J. J. *What mathematical knowledge could be*, in *Mind - A Quarterly Review of Philosophy*. Oxford, Oxford University Press, Vol. 104 - Nº 415 - july 1995, p. 491 - 522.

Kitcher, P. *The Nature of Mathematical Knowledge*, Oxford, Oxford University Press, 1984, cap. 3, p. 49 - 64.

Kline, M. *Mathematical Thought from Ancient to Modern Times*. Vol. 1, New York, Oxford University Press, 1990, cap. 3, p. 24 - 55.

Knapp, I. *Limiar da imaginação em Scientific American - Brasil*, Edição Especial, nº 8, 2005, p. 3.

Maddy, P. *Realism in Mathematics*. Oxford, Oxford University Press, 1990.

_____ *Naturalism in Mathematics*, Oxford, Clarendon Press, 1997.

_____ *Three Forms of Naturalism*, in Shapiro, S. (ed.) *Oxford Handbook of the Philosophy of Mathematics and Logic*. 2003 /no prelo/

_____ *Second Philosophy*, in Shapiro, S. (ed.) *Oxford Handbook of the Philosophy of Mathematics and Logic*. 2003 /no prelo/

_____ *Mathematical Existence*, in *Bulletin of Symbolic logic*, 2004,

www.lps.uci/home/fac-staff/faculty/maddy

Maldonado, M, *Não sabemos que não sabemos* em *Scientific American - Brasil*, ano 2 - nº 21 - fev. 2004, p. 33 -37.

Moravcsik, J. *Plato and Platonism*. Oxford, Blackwell Press. Cap. 7, p. 253 - 290.

Page, J. *Parsons on mathematical Intuition in Mind - A Quarterly Review of Philosophy*. Oxford, Oxford University Press, Vol. 102 - Nº 406 - abr 1993, p. 223 - 232.

Parsons, C. *Mathematical intuition*, in *The Aristotelian Society*, Vol. LXXX - mar 1980, Cap. 10 - p. 145 - 168.

_____. *On some difficulties concerning intuition and intuitive knowledge Mind - A Quarterly Review of Philosophy*. Oxford, Oxford University Press, Vol. 104- Nº 415- july 1995, p. 233 - 245.

Platão, *A República*. trad. Enrico Corvisieri, São Paulo, Ed. Nova Cultural, 2000.

_____. *Diálogos*, trad. José C. de Souza, Jorge Paleikat e João C. Costa, 2 ed., São Paulo, Abril Cultural, 1979.

_____. *Mênon*, trad. Maura Iglésias, Rio de Janeiro, Ed. Puc-Rio, Loyola, 2001.

_____. *Diálogos*, trad. Carlos Alberto Nunes. Universidade Federal do Pará, 1977.

Quine, W.V. *Self-evidence* . in *The Web of Belief*. New York, Random House, 1970. Cap. 3, p. 21-31.

_____. *Sobre o que há*. in *Ensaio* (col. Os Pensadores). Sel.Oswaldo Porchat A. P. da Silva. São Paulo, Abril Cultural,1975. p. 223-235.

_____. *Epistemologia naturalizada*. in *Ensaio* (col. Os Pensadores).Sel.Oswaldo Porchat A. P. da Silva. São Paulo, Abril Cultural,1975. p. 223-235.

_____. *Things and their place in theories in Theories and Things*. Cambridge, Harvard University Press, 1982. Cap. 1, p. 1-23.

_____. *Empirical content in Theories and Things*.Cambridge, Harvard University Press, 1982. Cap. 2, p. 24-30.

Rose, G. *Abstract objects*, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2001, www.plato.stanford.edu/entries/objects-abstract/

Steiner, M. *Platonism and the causal theory of knowledge* in *The Journal of Philosophy*, Vol. LXX, Nº 3, Fev. 1973. p. 57 - 66. Published by The Journal of Philosophy

Steup, M. *The analysis of knowledge* , *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2001, www.plato.stanford.edu/entries/knowledge-analysis/

Smith, C. L. *No coração da matéria* in *Scientific American - Brasil*, nº 8, 2005, p. 53 - 59.

Swain, M. *Causal theory of knowledge* , *The Rutledge Encyclopedia of Philosophy*, Version 1.0, London and New York: Routledge, 1998.

Tiles, M. *Filosofia da Matemática* , em *Compêndio de Filosofia*, orgs. N. Bunnin e E. P. Tsui-James, São Paulo, Ed. Loyola, 2002, Cap. 10, p. 325 - 355.

Wang, H. *Reflexiones sobre Kurt Gödel*. Trad. Pilar Castillo Criado. Madrid: Alianza, 1991.

